Die Spec-Radiation Methode zur Bestimmung beliebig geneigter Schallfeldebenen

Andreas Sebastian Schmelt[1], Jens Twiefel[2]

[1] *Institut für Dynamik und Schwingungen, 30823 Garbsen, Deutschland, Email: schmelt@ids.uni-hannover.de*

[2] *Institut für Dynamik und Schwingungen, 30823 Garbsen, Deutschland, Email: twiefel@ids.uni-hannover.de*

Einleitung

Die zerstörungsfreie Prüfung (**ZfP**) von plattenförmigen Materialien wird in unser heutigen Zeit immer Wichtiger. So führen immer strengere Qualitätsstandards dazu, dass 100% Kontrollen durchgeführt werden müssen. Dies wird besonders ersichtlich im Bereich der Holzspanplatten. Während Ende des 19. Jahrhunderts die Menschen begannen Holzspäne zu Platten zu verpressen und damit zufrieden waren, dass Sie aus dem Abfallprodukt Holzspan eine profitable Wiederverwendung hatten [1], ist die Holzplatte heute ein hochmoderner Qualitätswerkstoff. Allein die Möbelindustrie in der EU und EFTA zusammen verbrauchte 2018 29,4 Millionen m^3 Holzwerkstoffe [2]. Nun kann es beim Herstellungsprozess der Platten zu Lufteinschlüssen bzw. Delaminationen in den Platten kommen. Diese sollen noch während der Produktion identifiziert werden. Dafür eignet sich die **ZfP** mit Ultraschall (**US**). Die Platten sollen meist direkt nach dem Verpressen geprüft werden und besitzen somit noch eine hohe Temperatur ($> 100°C$) und dampfen Gase aus [3]. Das führt dazu, dass sowohl Sender als auch Empfänger einen großen Abstand zur Platte haben müssen, damit sie nicht zerstört werden. Da sich der Schall auf seinem Weg von der Platte zum Empfänger beugt und überlagert, ist eine Identifikation von Delaminationen in der Empfängerebene nur mit grober Auflösung möglich. Doch Gabor [4] hatte Mitte des 20. Jahrhunderts eine Idee, wie in der Mikroskopie auf Linsen verzichtet werden konnte und aus dem Elektronenbeugungsmuster das untersuchte Objekt rekonstruiert werden kann. Die Holographie war entstanden. Da sich sowohl Licht als auch Schall als kohärente Wellen ausbreitet, dauerte es nicht lange und das Vorgehen wurde auf die Akustik übertragen (Akustische Holographie). Wenn die Schallwellen dabei eine Frequenz über 20 kHz aufweisen wird sie auch Ultraschallholographie (**UH**) genannt. Mit der **UH** ist es nun möglich, bei der Prüfung von Platten, das Schallfeld von der Empfängerebene zurück auf die Oberfläche der Platte zu rechnen. Um ein definierten Start- und Endzeitpunkt zu haben und um die Delaminationen durch einen erzeugten Schallschatten zu identifizieren, wird oft ein pulsförmiges Anregungssignal von ein paar Wellen verwendet und mit einer möglichst hohen Wiederholfrequenz ausgesendet. Durch eine senkrechte Ausrichtung vom Sender zur Platte, kann es zu ungewollten Überlagerungen der Schallwellen durch die Reflexion an der Platte und dem Sender kommen und es entsteht ein Stehwellenfeld. Diese Stehwellenfeld kann den durch die Delamination erzeugten Schallschatten überlagern und die Delamination kann nicht mehr identifiziert werden. Um dies zu vermeiden wird eine geneigte Anordnung der Platte zum Sender gewählt, so dass die an der Platte reflektierten Schallwellen nicht wieder auf den Sender treffen. Methoden der **UH** wie z. B. die Re-Radiation Methode ([6], [7], [8], [9]) ermöglichen eine schnelle Berechnung dieser Oberfläche, in dem sie das Rayleigh-Sommerfeld-Beugungsintegral (**RSB**) durch eine Faltung löst. Dies ermöglicht die Auswertung von zur Empfängerebene parallelen Ebenen. So gibt es nun die Möglichkeiten, das **RSB** direkt durch eine numerische Integration auszuwerten und so die Schallfeldinformationen der geneigten Ebene zu erhalten, oder mit der Re-Radiation Methode mehrere parallele Ebenen zu berechnen und im Anschluss die zur geneigten Ebene gehörenden Daten herauszusuchen. Beides erfordert einen hohen Rechenaufwand. In diesem Beitrag stellen wir die Spec-Radiation Methode vor, die wir in [10] entwickelt haben. Wir zeigen Anhand eines akademischen Kolbenschwinger, wie es mit einer Erweiterung aus [11] der Spec-Radiation Methode möglich ist durch die direkte Berechnung einer einzigen Ebene und anschließender Rotation im Fourier-Raum die geneigte Schallfeldebene in einem Bruchteil der sonst nötigen Zeit zu bestimmen.

Die Spec-Radiation Methode

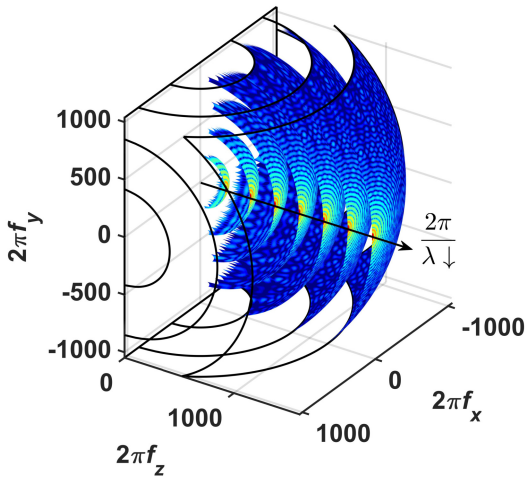

Abbildung 1: Beispielhafte Darstellung der Schallfeldinformationen im Fourier-Raum auf der Ewald-Sphäre für verschiedene Wellenlängen [11].

Die Spec-Radiation Methode [10] basiert auf der Winkelspektrum Methode [12] und folgt sich aus der Helmholtz Gleichung im Wellenzahlbereich:

$$\nabla^2 p(\mathbf{k},\omega) + kp(\mathbf{k},\omega) = 0. \tag{1}$$

Darin beschreibt p den Schalldruck, ω die Kreisfrequenz und $\mathbf{k} = 2\pi[f_x, f_y, f_z]^T$ ist der Wellenzahlvektor mit

den zugehörigen Raumfrequenzen. Durch den Zusammenhang, dass

$$f_x^2 + f_y^2 + f_z^2 = \frac{1}{\lambda^2} \tag{2}$$

ist, ergibt sich, dass

$$f_z = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - f_x^2 - f_y^2} \tag{3}$$

ist. Die Schalldruckinformationen befinden sich somit im Fourier-Raum auf der Ewald-Sphäre, die den Radius $\frac{1}{\lambda}$ besitzt (siehe Abb. 1). Wenn der Schalldruck in einer Ebene (wie z. B. der Empfängerebene) bekannt ist, kann der Schalldruck einer beliebigen parallelen Ebene bestimmt werden durch:

$$p(x, y, z, \omega) = \mathfrak{F}^{-1}_{f_x, f_y} \left(\mathfrak{F}_{x,y} \left(p(x, y, z = 0, \omega) \right) H \right). \tag{4}$$

Hier beschreibt $\mathfrak{F}^{-1}_{f_x, f_y}$ eine 2-dimensionale inverse Fourier Transformationen über die Raumfrequenzkoordinaten f_x, f_y, $\mathfrak{F}_{x,y}$ ist eine 2-dimensionale Fourier-Transformation über die Koordinaten x, y und H ist die Übertragungsfunktion, die beschrieben wird durch:

$$H = \mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi z f_z}. \tag{5}$$

Hier wird die Vereinfachung getroffen, dass nur die Schalldruckinformationen die auf der Ewald-Sphäre liegen berücksichtigt werden. Für alle Werte, bei denen die Gl. 3 komplex wird, werden die Daten zu Null gesetzt; denn es handelt hier um schnell abklingende evaneszente Wellen die hier nicht benötigt werden. Eine detailliertere Herleitung der Spec-Radiation Methode ist in [10] und in [11] gegeben. Die Spec-Radiation Methode ist damit in der Lage ausgehend von einer Startebene (z. B. die Empfängerebene) beliebige parallele Ebenen, sowohl vor als auch nach der Startebene zu bestimmen.

Erweiterung für beliebig geneigte Schallfeldebene

Wie bereits in der Einleitung beschrieben, gibt es Situationen, bei denen eine zur Startebene geneigte Schallfeldebene benötigt wird. Dazu gehört auch die geneigte Anordnung einer Platte für die **ZfP** mit **US**, wie es schematisch in Abb. 2 dargestellt ist. Bei der Auswertung von der parallelen Ebene können Fehlstellen - wie in der Skizze - übersehen werden. Die Erweiterung für beliebig geneigte Schallfeldebene zeichnet sich dadurch aus, dass sie die Neigung der Ebene im Fourier-Raum bestimmt, wodurch sie sehr zeiteffizient ist. Hier wird die Herleitung aus [11], die auf den Arbeiten in [13] basiert kurz zusammengefasst. Ausgehend von einem Schallfeld $p(f_x, f_y, z = 0, \omega)$, welches sich bereits im Fourier-Raum befindet, kann eine Koordinatentransformation die geneigte Ebene bestimmen. Der Wellenzahlvektor der geneigten Ebene kann bestimmt werden über:

$$\mathbf{k_N} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{k}, \tag{6}$$

mit der Transformationsmatrix $\mathbf{T}$, die bei Rotation um nur einer Achse einer Rotationsmatrix entspricht. Die neuen Frequenzkoordinaten ergeben sich somit zu:

$$f_{x,N} = a_1 f_x + a_2 f_y + a_3 f_z, \tag{7}$$

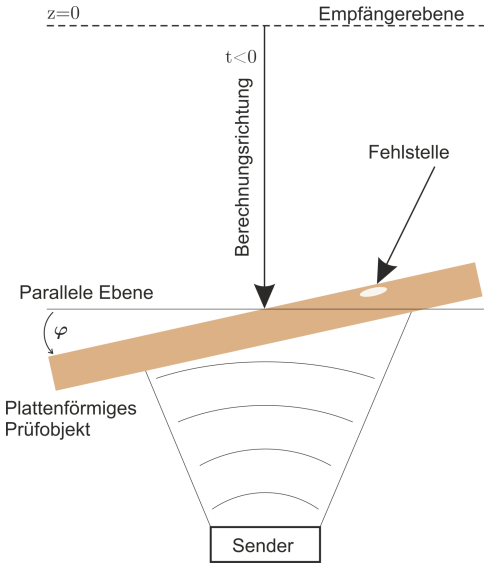

Abbildung 2: Schematische Darstellung einer Versuchskonfiguration in der die geneigte Schallfeldebene benötigt wird.

$$f_{y,N} = a_4 f_x + a_5 f_y + a_6 f_z. \tag{8}$$

Mit a_j $(j = 1, 2, 3, ..)$ als die Elemente der Transformationsmatrix $\mathbf{T}$. Aufgrund des nichtlinearen Zusammenhangs der Koordinaten (siehe Gl. 3) muss für die Transformation noch die Determinante der Jacobi Matrix berücksichtigt werden, die sich ergibt als:

$$\det(\mathbf{J}) = \frac{\partial f_{x,N}}{\partial f_x}\frac{\partial f_{y,N}}{\partial f_y} - \frac{\partial f_{x,N}}{\partial f_y}\frac{\partial f_{y,N}}{\partial f_x} \tag{9}$$

Ebenfalls entsteht durch die Nichtlinearität eine Ver-

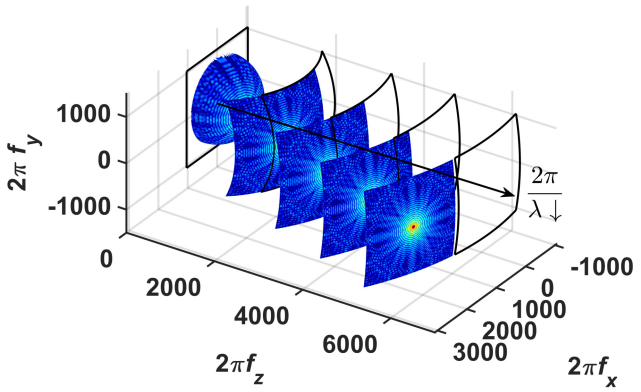

Abbildung 3: Beispielhafte Darstellung der Schallfeldinformationen einer geneigten Ebene im Fourier-Raum auf der Ewald-Sphäre für verschiedene Wellenlängen[11].

schiebung der Mittenfrequenz (siehe Abb.3), die für eine Auswertung mit einer Fast Fourier Transformationen (**FFT**) berücksichtigt werden muss. Denn

$$f_{x,N,c} = f_{x,N}(f_x = 0, f_y = 0) = \frac{a_3}{\lambda} \tag{10}$$

und

$$f_{y,N,c} = f_{y,N}(f_x = 0, f_y = 0) = \frac{a_6}{\lambda}. \tag{11}$$

Es ergeben sich dadurch die neuen verschobenen Koordinaten:

$$f_{x,N,s} = f_{x,N} - f_{x,N,c}, \tag{12}$$

$$f_{y,N,s} = f_{y,N} - f_{y,N,c}, \tag{13}$$

$$f_{z,N,s} = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - f_{x,N,s}^2 - f_{y,N,s}^2}. \tag{14}$$

Durch die Nichtlinearität und die Verschiebung sind die neuen Koordinaten, im Gegensatz zu den ursprünglichen, nicht mehr äquidistant. Dies muss bei der Auswertung berücksichtigt werden. Die Daten müssen später also entweder mit einer **FFT** für nicht äquidistante Stützstellen [14] ausgewertet werden oder die Schallfeldinformationen müssen von dem nicht äquidistanten Gitter auf ein äquidistantes Gitter am selben Ort interpoliert werden. Interpolationsalgorithmen sind in MATLAB sehr zeiteffizient umgesetzt, daher wird hier die Interpolation der Daten verwendet wird. Es eignet sich dafür z. B. die kubische Interpolation der Software MATLAB mit dem Befehl '*griddata*'. Für die Rücktransformation aus dem Fourier-Raum muss eine Phasenkorrektur $\varphi_{N,s}$ durchgeführt werden, diese ergibt sich aus der Verschiebung im Fourier-Raum und lautet

$$\varphi_{N,s} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi(f_{x,N,s}x + f_{y,N,s}y)}. \tag{15}$$

Der Schalldruck der geneigten Ebene kann somit aus den auf die neuen Koordinaten interpolierten Startschalldruck $p(f_{x,N,s}, f_{y,N,s}, z = 0, \omega) = P_{N,s}$ und der Jacobi Determinante für die neuen Koordinaten $\det(\mathbf{J_s})$ bestimmt werden zu:

$$p(\mathbf{x_N}, \omega) = \mathfrak{F}^{-1}_{f_{x,N,s}, f_{y,N,s}} \left(P_{N,s} \det(\mathbf{J_s})\right) \varphi_{N,s}, \tag{16}$$

mit $\mathbf{x_N}$ als Vektor der Koordinaten der geneigten Ebene.

Simulation eines Kolbenschwingers

Der Kolbenschwinger besitzt in der Ebene $z = 0$ einen Durchmesser von Ø40 mm. Hier wird nur eine Frequenzstützstelle bei 50 kHz ausgewertet, so dass ein Schallfeld, dass typisch für harmonische Kolbenschwinger ist, entsteht. In Abb. 4 rechts ist eine schematische Darstellung der Lage des Senders und der Berechnungsrichtung angegeben wenn die Spec-Radition Methode angewendet, bei der keine Neigung berücksichtigt ist. Wird diese Anordnung berechnet ergibt sich Abb. 5 links, dass das typische Schallfeld eines Kolbenschwingers mit Nahfeld, Fernfeld, Haupt- und Nebenkeulen zeigt.

Die Erweiterung der Spec-Radiation Methode zur Bestimmung geneigter Ebenen, kann für jede beliebige Ebene angewendet werden. Wird z. B. die Schalldruckebene bei $z = 0$ aus Abb. 4 rechts geneigt und anschließend angenommen, dass es sich bei der geneigten Ebene um die Ebene $z = 0$ wie in Abb. 4 rechts handelt ergibt sich

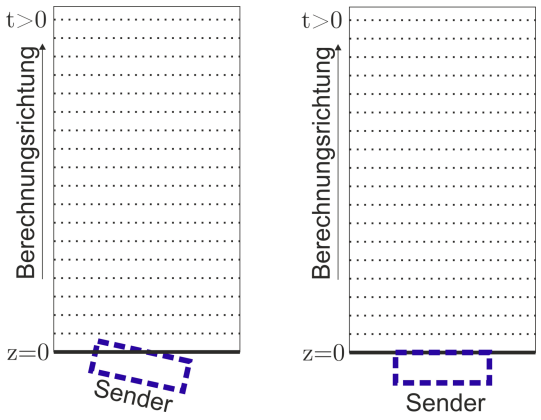

Abbildung 4: Links: Schematische Darstellung des geneigten Senders mit der Berechnungsrichtung der verschiedenen Ebenen. Rechts: Schematische Darstellung des nicht geneigten Senders mit der Berechnungsrichtung der verschiedenen Ebenen.

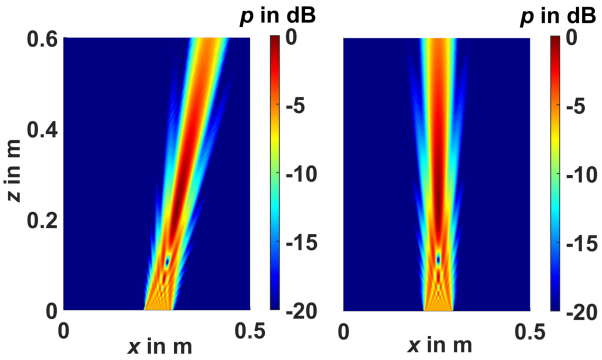

Abbildung 5: Links: Schematische Darstellung des nichtgeneigten Senders mit der Berechnungsrichtung der verschiedenen Ebenen. Rechts: Schallfeld des Kolbenschwingers betsimmt mit der Spec-Radiation Methode.

die schematische Darstellung wie in Abb. 4 links. Wenn nun anschließend von dort die Schallausbreitung mit der Spec-Radiation Methode bestimmt wird, ergibt sich Abb. 5 links. Es zeigt sich wieder das typische Schallfeld eines Kolbenschwingers mit Nahfeld, Fernfeld, Haupt- und Nebenkeulen, mit einer Neigung.

Experimentelle Überprüfung

In [11] haben wir ein Experiment vorgestellt, bei dem ein Sender ein Pulssignal aussendet, durch ein Luftvolumen an eine Holzspanplatte, durch diese hindurch, weiter über ein Luftvolumen an einen Empfänger. Der Empfänger hat dabei eine Ebene abgescannt. Eine schematische Darstellung des Experiments ist in Abb. 2 dargestellt. Es wird somit im ersten Schritt die parallele Ebene mit der Spec-Radiation Methode bestimmt. Die Berechnung erfolgt in Richtung $z < 0$ und somit in $t < 0$. Das Ergebnis davon ist in Abb. 6 dargestellt. Es ist dabei ersichtlich, dass zwar das Schallfeld identifiziert werden kann, aber die Identifikation der Delamination hier nur geschätzt werden kann. Die Informationen der parallelen Ebene werden im nächsten Schritt verwendet und mit der Erweiterung geneigt. Daraus ergibt sich dann das Schallfeld direkt oberhalb der Platte (siehe Abb. 7). Die Delamina-

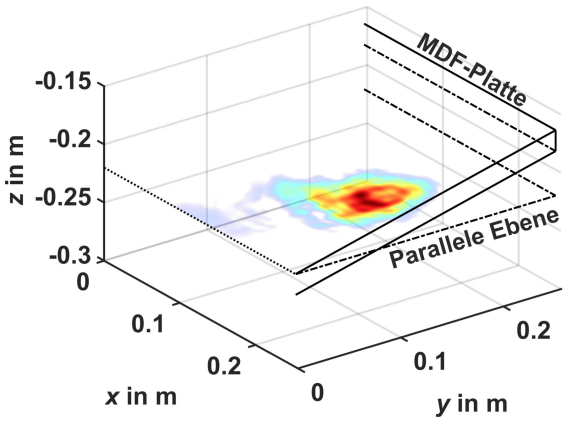

Abbildung 6: Ergebnis der Berechnung der parallelen Ebene.

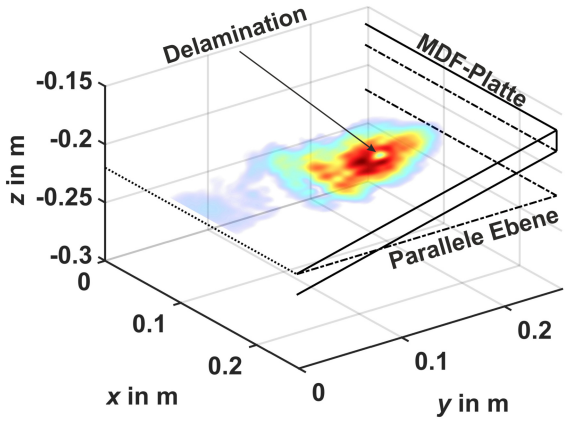

Abbildung 7: Ergebnis der Berechnung der geneigten Ebene.

tion kann nun wesentlich exakter mit Ort und Geometrie bestimmt werden.

Diskussion und Zusammenfassung

Wir haben in dieser Arbeit die Spec-Radiation Methode vorgestellt, die es ermöglicht mit sehr geringen Rechenaufwand parallele Schallfeldebenen zu bestimmen. Dies haben wir an einem akademischen Beispiel eines Kolbenschwingers vorgeführt. In [10] haben wir gezeigt, dass die Spec-Radiation Methode bei der Berechnung von parallelen Ebenen bereits 88% schneller ist als die Berechnung mit der Re-Radiation Methode. Dies ergibt sich daraus, dass die Übertragungsfunktion H bereits im Fourier-Raum aufgestellt und berechnet wird. Wir haben ebenfalls gezeigt, wie sich mit der Erweiterung eine beliebige Ebene im Schallfeld neigen lässt. Es besteht auch die Möglichkeit die geneigte Ebene aus einer Vielzahl paralleler Ebene zu bestimmen. Die Berechnung einer parallelen Ebene mit der Spec-Radiation Methode benötigt in dem experimentellen Beispiel 0.446 s. Wenn in z-Richtung eine Schrittweite von 1 mm gewählt wird, werden für die Bestimmung der geneigten Ebene 110 Ebenen benötigt. Mit anschließendem heraussuchender Daten wird eine Zeit von 49.1 s benötigt. Wird nur eine parallele Eben bestimmt und diese anschließend geneigt (wie hier vorgestellt) so wird nur eine Zeit von 0.721 s benötigt. Dies sind lediglich 1,5% der Zeit.

Literatur

[1] Kollmann, F.: Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe. Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, Berlin, 1955

[2] European Panel Federation, URL: `https://europanels.org/`

[3] Dunky, D.; Niemz, P.: Holzwerkstoffe und Leime. Springer-Verlag Berlin, Berlin, 2002

[4] Gabor, D.: A new microscopic principle. Nature 161 (1948), 777-778

[5] Klang, B.: Akustik im Überblick. Schall und Rauch Verlag, Stadt, 2010

[6] Sanabria, S.J.; Marhenke, T.; Furrer, R.; Neuenschwander, J.: Calculation of volumetric sound field of pulsed air-coupled ultrasound transducers based on single-plane measurements. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 65 (2018), 72-84

[7] Marhenke, T.; Neuenschwander, J.; Furrer, R.; Zolliker, P.; Twiefel, J.; Hasener, J.; Wallaschek, J.; Sanabria, S.: Air-coupled ultrasound time reversal (ACU-TR) for subwavelength non-destructive imaging. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 67 (2020), 651-663

[8] Schmelt, A.S.; Marhenke, T.; Hasener, J.; Twiefel, J.: Investigation and Enhancement of the Detectability of Flaws with a Coarse Measuring Grid and Air Coupled Ultrasound for NDT of Panel Materials Using the Re-Radiation Method. Appl. Sci. 10 (2020), 1155

[9] Schmelt, A.S.; Li, Z.; Marhenke, T.; Twiefel, J.: Aussagefähigkeit von Fehlstellenimitaten in der ZfP. In Proc. DAGA2020 (2020), 1133-1136

[10] Schmelt, A. S.; Twiefel, J.: The Spec-Radiation Method as a Fast Alternative to the Re-Radiation Method for the Detection of Flaws in Wooden Particleboards. Appl. Sci. 10 (2020), 6663

[11] Schmelt, A. S.; Twiefel, J.: Flaw Detection on a Tilted Particleboard by Use of the Spec-Radiation Method. Appl. Sci. 10 (2020), 8513

[12] Goodman, J. W.: Introduction to Fourier Optics. W. H. Freeman and Company, New York, 2017

[13] Matsushima, K.: Introduction to Computer Holography. Springer Nature Switzerland AG, Cham, 2020

[14] Kunis, S.: Nonequispaced FFT, Generalisation and Inversion. Doktorthesis, Institut für Mathematik, Universität Lübeck, Deutschalnd, 2006