Aeroakustische Quelle aus anisotroper Turbulenz mittels synthetisch angeregter Turbulenztransportgleichung

Nils Reiche[1], Roland Ewert[2], Jan W. Delfs[3]

[1] *Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, DLR Braunschweig, Email: Nils.Reiche@dlr.de*

[2] *Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, DLR Braunschweig, Email: Roland.Ewert@dlr.de*

[3] *Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, DLR Braunschweig, Email: Jan.Delfs@dlr.de*

Einleitung

Eine akkurate, numerische Schallvorhersage von breitbandigem Umströmungsgeräusch technischer Bauteile hängt unter anderem stark von der bereitgestellten, aeroakustischen Quelle ab, sprich der Qualität der aufgelösten Turbulenz bzw. deren Zweipunktkorrelation. Die „Fast Random Particle Mesh“ (FRPM) Methode als Teil hybrider CAA-Verfahren ist eine effiziete Methode zur lokalen Modellierung synthetischer, instationärer, dreidimensionaler Turbulenz. Bei Strömungen mittlerer bis hoher Reynoldszahlen bietet die Methode den Vorteil, allein die akustisch relevanten Turbulenzskalen aufzulösen, wohingegen teilskalenauflösende Verfahren jene üblicherweise weit feiner auflösen müssen.

Die vom FRPM-Verfahren [1] zeitaufgelöste, synthetische Turbulenz erfüllt gemittelt die Statistik einer zugrunde liegenden Reynolds gemittelten Navier-Stokes Simulation (RANS) und ist in seiner ursprünglichen Variante isotrop. Anisotrope Ein- und Zweipunktstatistiken, sprich Reynolds- und Längenskalenanisotropie, wie sie in gescherten oder beschleunigten Strömungen auftreten, werden bisher nicht realisiert. In einer neuen Formulierung wird das FRPM-Turbulenzmodell um eine Turbulenztransportgleichung erweitert, welche die Interaktion der Grundströmung mit der Turbulenz berücksichtigt, sodass sich Reynolsspannungs- und Längenskalenanisotropie gleichzeitig ausbilden können. Näheres wird im folgenden erläutert.

Turbulenzmodellierung

Fast Random Particle Mesh Methode

Die FRPM Methode ermöglicht die Realisierung von räumlich und zeitlich aufgelöster, synthetischer Turbulenz aus den statistischen Vorgaben einer RANS Strömungslösung. Ausgangspunkt hierfür ist zunächst ein räumliches, δ-korreliertes weißes Rauschen $\boldsymbol{\mathcal{U}}'$, welches auf passiv mit der Grundströmung konvektierenden Partikeln approximiert wird und sich im Lagrange'schen Bezugssystem der Partikel als Langevin-Gleichung mit konvektivem Transport formulieren lässt

$$\frac{D\boldsymbol{\mathcal{U}}'}{Dt} + \frac{1}{2\tau_s}\boldsymbol{\mathcal{U}}' = \sqrt{\frac{1}{\tau_s}}\boldsymbol{q}. \tag{1}$$

Die Anregung $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}, t)$ ist ein δ-korreliertes, additives weißes Rauschen mit $\langle q_i(\boldsymbol{x}, t) q_j(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{r}, t + \tau)\rangle = \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{v}_0\tau)\delta(\tau)\delta_{ij}$, was der Realisierung von auf Partikel zentrierten Wiener-Prozess(en) entspricht. Dabei ist $\boldsymbol{v}_0$ die Grundströmung der RANS-Lösung, welche auch in die substatielle Ableitung $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)$ eingeht. Über den Zeitparameter $\tau_s = c_\tau \frac{k_t}{\epsilon}$ wird der turbulente Zerfall mittels turbulenter kinetischer Energie k_t und turbulenter Dissipation ϵ gemäß der Lösung aus dem RANS-Turbulenzmodellgleichung eingestellt. Hierbei ist c_τ ein Modellparameter, der für ein k-ϵ Turbulenzmodell mit dem Wert $c_\tau \approx 0.233$ angenommen werden kann.

Die synthetische Turbulenz in Form einer fluktuierenden Größe $\boldsymbol{\psi}'$ ergibt sich aus dem räumlichen Filtern der Felder weißen Rauschens, welche durch die aktuelle Partikelverteilung und den stochastischen Werten jedes Partikels zum Zeitpunkt t vorgegeben sind. Dabei realisiert der Filterkern K eine lokal vorgeschriebene Korrelationslänge der Turbulenzstruktur mittels einem oder mehrerer überlagerter, isotroper Gaußfilterkerne

$$\boldsymbol{\psi}'(\boldsymbol{x}, t) = A(\boldsymbol{x})\left(K * \boldsymbol{\mathcal{U}}'\right)(\boldsymbol{x}, t). \tag{2}$$

Die lokale Stärke der Turbulenzgröße wird über den Skalierungparameter A vorgenommen. Im Falle, dass $\boldsymbol{\psi}'$ als eine turbulente Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}'$ interpretiert wird, ergibt sich die Skalierung in erster Linie aus der turbulenten kinetischen Energie der RANS-Lösung. Die direkte Interpretation liefert eine divergenzbehaftes Feld, welches durch Berechnung der Rotation von $\boldsymbol{\psi}'$ in ein für ein CAA-Verfahren geeigneteres, divergenzfreies Geschwindigkeitsfeld überführt werden kann:

$$\boldsymbol{v}' = \nabla \times \boldsymbol{\psi}' \tag{3}$$

Im Hinblick auf die Ein- und Zweipunktstatistiken ist die auf diese Weise generierte Turbulenz isotrop. Die Realisierung der Anisotropie erfordert eine Modifikation des Verfahrens, welche im nachfolgenden Teilabschnitt erläutert wird.

Forced Model Advection Equation

Im klassichen FRPM-Ansatz erfährt die modellierte, turbulete Geschwindigkeit nur indirekt einen Einfluss der Grundströmung durch das konvektierende, weiße Rauschen. Um eine direkte Interaktion des Turbulenzfeldes mit $\boldsymbol{v}_0$ zu erlangen, wird die Abfolge von Langevin-Gleichung und Filterung vertauscht. Daraus ergibt sich die erste Erweiterung der angeregten Modellkonvektionsgleichung, sprich *Forced Model Advection Equation* (FAME),

$$\boldsymbol{\mathcal{U}}' = A(K * \boldsymbol{q}'), \tag{4}$$

$$\frac{D\boldsymbol{v}'}{Dt} + \frac{1}{2\tau_s}\boldsymbol{v}' = \nabla \times \boldsymbol{\mathcal{U}}', \tag{5}$$

einer vereinfachten Version der *Forced Linear Advection-Diffusion-Dissipation Equation* (FLADD) [2]. Dabei bleibt für den Grenzfall einer uniformen Strömung das Verhalten der stochastischen Transport-Differenzialgleichungen identisch. In nicht-uniformen Strömungen hingegen führt Gl. (5) zur Ausbildung von anistropen Turbulenzstrukturen, sprich Anisotropie in den Zweitpunktstatistiken der Geschwindigkeiten $\boldsymbol{v}'$, indem die aufgeprägte, isotrope Quelle $\boldsymbol{\mathcal{U}}'$ bis zu ihrem Zerfall von der inhomogenen Grundströmung verzerrt wird. In beschleinigten Strömungen entpricht dies einer Elongation der Turbulenzstrukturen in und Kontraktion quer zur Strömungsrichtung.

Um eine gleichzeitige Anisotropie in den Einpunktstatistiken zu erzielen, kann Gl. (5) um den Einfluss der Grundströmungsgradienten erweitert werden. Da aber die Grundströmungsgradienten die eigentliche turbulente Produktion im Gleichgungssystem hervorrufen, muss der bereits durch die Quelle modellierte isotrope Produktionsanteil abgezogen werden. So ergibt sich die vollständige Form der FAME als

$$\frac{D\boldsymbol{v}'}{Dt} + \underline{\boldsymbol{\lambda}} \cdot \boldsymbol{v}' = \nabla \times \boldsymbol{\mathcal{U}}' \quad (6)$$

$$\text{mit } \underline{\boldsymbol{\lambda}} = \underline{\boldsymbol{\mu}} + \frac{1}{2\tau_s}\underline{\boldsymbol{I}} = (\boldsymbol{v}' \cdot \nabla)\,\boldsymbol{v}_0 - \underline{\boldsymbol{\pi}} \cdot \boldsymbol{v}' + \frac{1}{2\tau_s}\underline{\boldsymbol{I}}. \quad (7)$$

Dabei ist $\underline{\boldsymbol{I}}$ der Einheitstensor. Der Redistributionstensor $\underline{\boldsymbol{\mu}}$ sorgt allein für eine Umverteilung der Energie zwischen den Geschwindigkeitkomponenten, liefert aber keinen Beitrag zur Varianz $\langle \boldsymbol{v}' \cdot \boldsymbol{v}' \rangle$ von Gl. (6). Der Tensor $\underline{\boldsymbol{\pi}} = \frac{1}{n}\mathcal{P}\boldsymbol{R}^{-1}$ bestimmt sich aus der räumlichen Dimension n, der Inversen des Reynoldsspannungstensor $\underline{\boldsymbol{R}}$ und der turbulenten Produktion $\mathcal{P}$, welche sich mittels $\mathcal{P} = \underline{\boldsymbol{S}} : \underline{\boldsymbol{R}}$ aus dem Scherratentensor $\underline{\boldsymbol{S}} = \frac{1}{2}\left(\nabla \boldsymbol{v}_0 + (\nabla \boldsymbol{v}_0)^T\right)$ berechnet.

Die Erweiterung der Formulierung von Gl. (5) auf Gl. (6) ermöglicht die Abbildung der wesentlichen Rapid Distortion Mechanismen für Strömungen großer Scherraten $S\tau_s \gg 0$, wobei $S = (2\,\underline{\boldsymbol{S}} : \underline{\boldsymbol{S}})^{1/2}$. Eine vollständige Abbildung ergibt sich durch Einführung des linearen Druckterms, welcher die Divergenzfreiheit der durch die Grundströmung verzerrten und umskalierten Geschwindigkeitskomponenten wiederherstellt.

$$\frac{D\boldsymbol{v}'}{Dt} + \underline{\boldsymbol{\lambda}} \cdot \boldsymbol{v}' + \nabla p' = \nabla \times \boldsymbol{\mathcal{U}}' \quad (8)$$

$$\Delta p' = \nabla \cdot \left((\boldsymbol{v}' \cdot \nabla)\,\boldsymbol{v}_0 + (\boldsymbol{v}_0 \cdot \nabla)\,\boldsymbol{v}'\right) \quad (9)$$

Gl. (8) und (9) nehmen die Form der linearen inkompressiblen Navier-Stokes Gleichung ohne Dissipation an, d.h. der stochastische Anfachungsterm der rechten Seite realisiert die kombinierte Wirkung von turbulenter Produktion aus nichtlinearen Termen und von turbulenter Dissipation.

Anwendungen

Im Folgenden werden zwei Fälle mit unterschiedlichen Grundströmungseigenschaften untersucht, welche die beiden neuen, in der FAME-Gleichung (Gl. (6)) abgedeckten Mechanismen einzeln beleuchteten. Bei den betrachteten Grundströmungen handelt es sich um eine:

- beschleunigte Strömung im Vorflügelspalt eines DLR-F16 Hochauftriebsprofils nach Vorlage des BANC Workshop Kategorie 6
- gescherte Strömung in der Grenzschicht an der Hinterkante eines symmetrischen Flügelprofils nach Vorlage von case#1 des BANC-III Workshop für Hinterkantenlärm

Die zeitaufgelöste Turbulenz wird in beiden Fällen in einem zweidimensionalen Schnitt der Profilebene berechnet. Die RANS-Lösungen sind mit dem DLR Strömungslöser TAU unter Verwendung eines k-ω Menter-SST Zweigleichungsturbulenzmodells ermittelt worden.

Fall 1: Beschleunigte Strömung

Das betrachtete Strömungsbereich im Vorflügelspalt erstreckt gemäß Abbildung 1. In den folgenden Untersuchungen sind alle geometrischen Größen mit der Sehnenlänge l_c des Profils im eingefahrenen Zustand normiert.

Abbildung 1: Hochauftriebsprofil des DLR-F16 mit markiertem Gebiet zur Strömungsanalyse.

Das Hochauftriebsprofil wird mit einer Grundströmung von $Ma = 0.18$ unter einem Anstellwinkel von $\alpha = 6.15°$ angeströmt. Die Stromlinien und Machzahlverteilung im Vorflügelspalt sind in Abbildung 2 dargestellt und veranschaulichen die Beschleunigung der Strömung durch den Spalt.

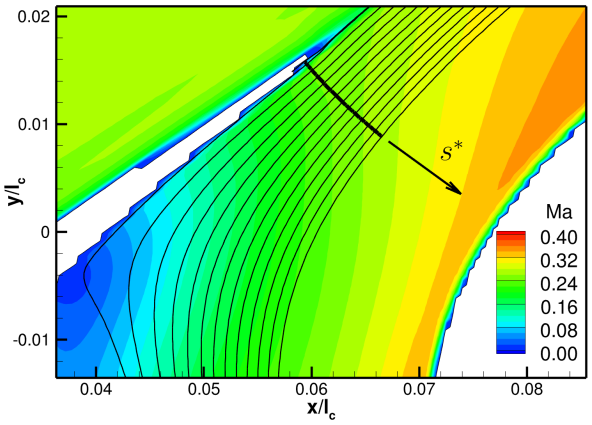
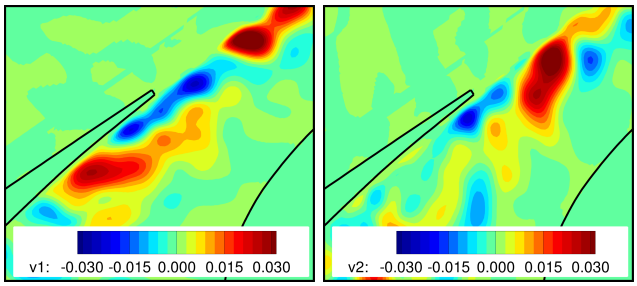


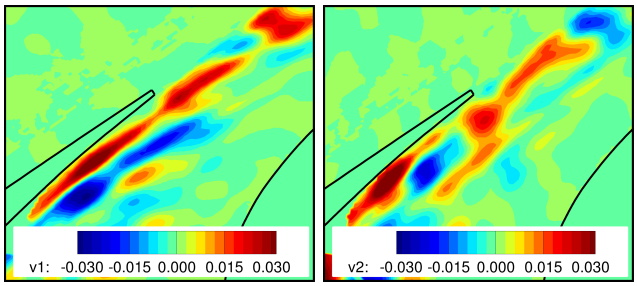
Abbildung 2: Machzahlkontur der beschleunigte Strömung im Vorflügelspalt und Stromlinien.

Abbildung 3(a) zeigt die isotropen Turbulenzstrukturen der FRPM-Simulation. Die Isotropie bezieht sicht dabei auf die Längenskala, d.h. ähnliche Ausdehnung der

Struktur in wie quer zur Strömung, sowie die Reynoldsspannungen, d.h. gleiche Level für die kartesischen, turbulenten Geschwindigkeitskomponenten v_1' und v_2'. Im Vergleich dazu weist die FAME-Simulation deutliche, anisotrope Längenskalen auf, siehe Abbildung 3(b). Die Strukturen der turbulenten Geschwindigkeiten sind in strömungsrichtung elongiert und quer zur Strömung verkürzt. Im Gegensatz dazu sind die Level der beiden Komponenten weiterhin gleich, was auf einen isotropen Reynoldsspannungstensor hindeutet.



(a) Mit standard FRPM-Ansatz berechnete turbulente, längenskalen-isotrope Geschwindigkeiten; v_1' links und v_2' rechts.



(b) Mit FAME-Ansatz ($c_\tau = 1.165$) berechnete turbulente, längenskalen-anisotrope Geschwindigkeiten; v_1' links und v_2' rechts.

Abbildung 3: Turbulente Strukturen im Vorflügelspalt.

Die quantitative Auswertung der Strömungsfelder beider Simlationen ist in Abbildung 4 gegeben. Dafür werden die ermittelten Längenskalen gegenübergestellt, die sich aus der Integration der normierten Zweipunktkorrelation mittels

$$\Lambda_{(\cdot)} = \int_0^\infty \frac{\langle \varphi'(\boldsymbol{x})\, \varphi'(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r})\rangle}{\langle \varphi'(\boldsymbol{x})\rangle \langle \varphi'(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r})\rangle} d\boldsymbol{r} \qquad (10)$$

ergeben. Für die Bestimmung der zur Strömung *parallelen Längenskala* $\Lambda_\parallel$ wird die Zweipunktkorrelation der tangentialen, turbulenten Geschwindigkeit $\varphi = v_\parallel'$ entlang der Stromlinienkoordinate ausgewertet. Dementgegen verläuft die krumlinige Koordinate für die *senkrechte Längenskala* $\Lambda_\perp$ mit $\varphi = v_\perp'$ quer zur Strömung, d.h. entlang der auf die Einheitslänge normierten Linie $\boldsymbol{s}^*$ aus Abbildung 2. Die Längenskalenprofile in Abbildung 4 geben den Eindruck der Längenskalenanistropie im relevanten Bereich $0 < s^* < 0.4$ der erhöhten turbulenten kinetischen Energie wieder, vgl. Abbildung 5. Dabei ist das Maß der Anisotropie vom Zeitskalenfaktor c_τ abhängig und wächst in Abhängigkeit von ihm an. Um dieselbe Längenskalenanistropie wie in einer realen Strömung zu erhalten, wird der Zeitskalenfaktor c_τ größer gewählt als von der Kalibrierung des RANS-Turbulenzmodells angegeben. Dies liegt an der Tatsache, dass die durch die rechte Seite aufgeprägte, turbulente Produktion in Gl. (5) rein aus isotropen Strukturen besteht, und somit ein Anisotropiedefizit im Vergleich zur turbulenten Produktion einer realen Strömung aufweist, welches in FAME mit einem höheren c_τ zu kompensieren ist.

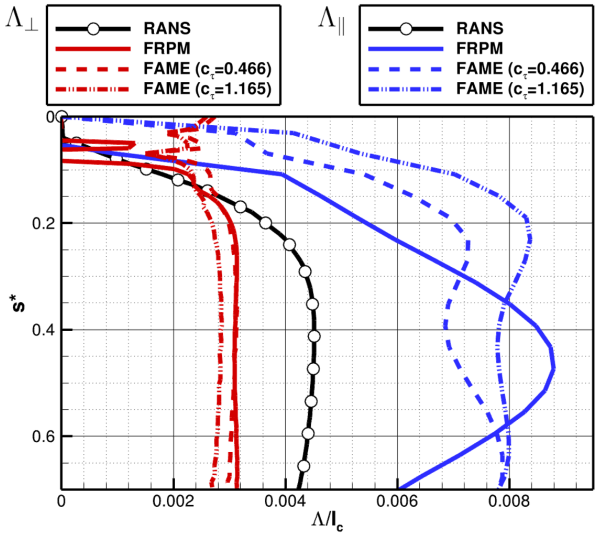


Abbildung 4: Längenskalenkomponenten in Strömungsrichtung $\Lambda_\parallel$ und quer zur Strömungsrichtung $\Lambda_\perp$ ausgewertet entlang der längennormierten Positionen s^*.

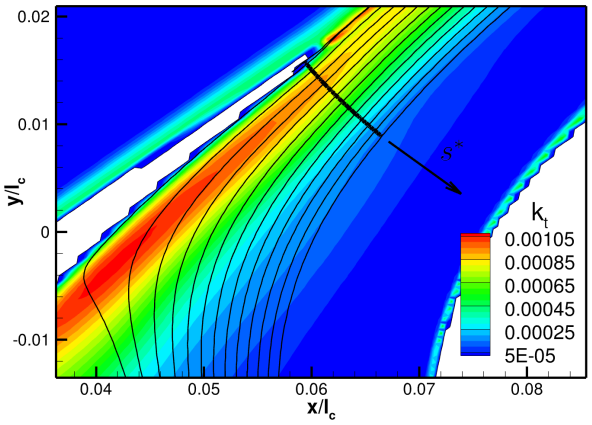


Abbildung 5: Turblente kinetische Energie k_t im Bereich des Vorflügelspaltes.

Fall 2: Scherströmung

Das NACA0012-Profil wird mit einer Strömungsgeschwindigkeit von $Ma = 0.1664$ unter einem Nullanstellwinkel angeströmt. Die synthetische Turbulenz wird in den zwei in Abbildung 6 hervorgehobenen Bereichen untersucht, wobei der FAME-Ansatz nach Gl. (6) benutzt wird.

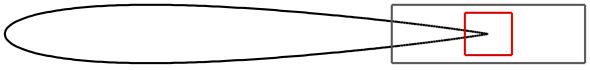


Abbildung 6: NACA0012 mit markierten Gebieten zur Strömungsanalyse.

In Abbildung 7 sind die absoluten, turbulenten, nach

Gl (9) berechneten Druckgradienten $|\nabla p'|$ für die FRPM-Simulation und die FAME-Simulation gezeigt. Der Vergleich zwischen beiden Turbulenzfeldern lässt erkennen, dass im Falle von FAME die Scherung der Grundströmung in der Grenzschicht und im Nachlauf die turbulenten Strukturen entsprechend des Grundströmungsprofils verzerrt, wobei sie bei FRPM weiterhin isotrop bleiben.

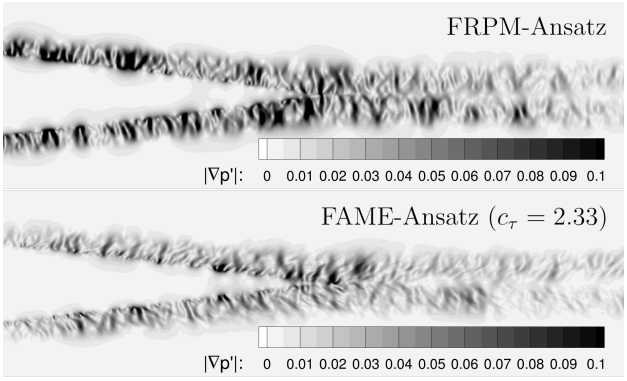
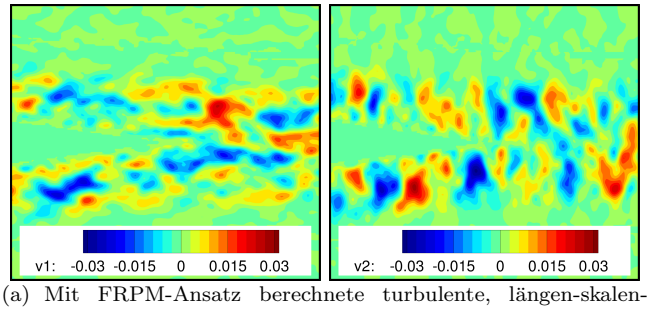
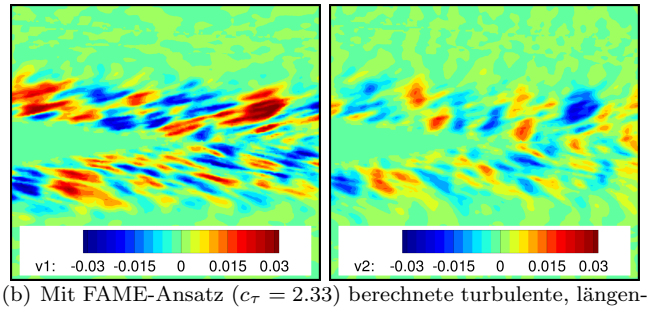


Abbildung 7: Turbulente Strukturen an der NA0012-Hinterkante in Form von $|\nabla p'|$.

Die Untersuchung des turbulenten Geschwindigkeitenfeldes in Abbildung 8(a) und 8(b) verdeutlicht diese qualitative Entwicklung. Darüber hinaus zeigen sich balancierte Geschwindigkeitskompontenten für FRPM, wohingegen für FAME die v_1'-Komponente stärker ist als die v_2'-Komponente.



(a) Mit FRPM-Ansatz berechnete turbulente, längen-skalen-isotrope Geschwindigkeiten; v_1' links und v_2' rechts.



(b) Mit FAME-Ansatz ($c_\tau = 2.33$) berechnete turbulente, längen-skalen-anisotrope Geschwindigkeiten; v_1' links und v_2' rechts.

Abbildung 8: Turbulente Strukturen an der Hinterkante.

Eine quantitative Aufschlüsselung der qualitativ, beobachteten Reynoldsspannungsanisotropie liefert die Auswertung der Turbulenzstatistik, welche in Abbildung 9 dargestellt ist. Neben dem Unterschied der Komponenten der Hauptdiagonalen des Reynoldspannungstensors lässt sich die Anisotropie besonders gut bei der $\langle v_1' v_2' \rangle$ Komponenten erkennen.

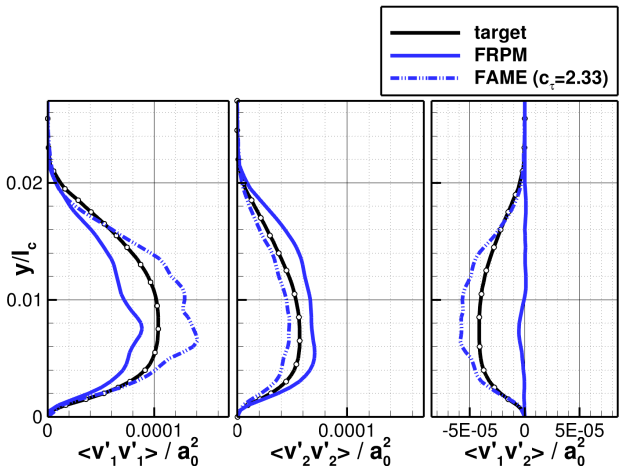


Abbildung 9: Turbulenzstatistik der turbulenten kinetischen Energie und der Reynoldsspannungskomponenten entlang x_2 an der Position $x_1/l_c = 1.0038$.

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit ist die Erweiterung des FRPM-Ansatzes hinsichtlich Reynoldsspannungs- und Längenskalenanisotropie dargestellt worden. Beide Phänomene sind anhand zweier, zweidimensionaler Anwendungsfälle mit unterschiedlichen Grundströmungscharakeristiken qualitativ demonstriert worden. Eine Validierung der Anisotropie mit Messdaten sowie eine Übertragung auf dreidimensionale Fälle wird im nächsten Schritt inklusive Kopplung mit einem CAA-Verfahren angestrebt. Diesbezüglich sind bereits erste Erfahrungen für Axialventilatoren gemacht worden [3]. Erste Erkenntnisse deuten auf eine erhöhte Störschallentwicklung hin. Daher ist die Umsetzung der Rückkopplung des inkompressiblen Druckes aus Gl. (9) auf die Geschwindigkeiten von Gl. (8) geplant, wodurch die Divergenzfreiheit der Geschwindigkeitskomponenten sichergestellt ist.

Literatur

[1] Ewert, R. et al.: CAA broadband noise prediction for aeroacoustic design. Journal of Sound and Vibration, 2011, Vol. 330, No. 17, 4139-4160.

[2] Ewert, R.: Canonical stochastic realization of turbulent sound sources via forced linear advection-diffusion-dissipation equation. In 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2016, 2016.

[3] Liberson, L. u.a.: Einsatz erweiterter Modellierung von Längenskalenanisotropie zur Vorhersage des Kopfspaltgeräusches von Axialventilatoren. Fortschritte der Akustik - DAGA 2021, 2021