Erweiterung des Schallquellenlokalisierungsverfahrens SODIX zur Analyse tonaler Schallfelder

Sebastian Oertwig[1], Timo Schumacher[2] und Stefan Funke[3]

[1] *Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, 10623 Berlin, Deutschland, Email: sebastian.oertwig@dlr.de*

[2] *Technische Universität Berlin, 10623 Berlin, Deutschland*

[3] *Rolls-Royce Deutschland, 15827 Dahlewitz, Deutschland*

Einleitung

Das inverse Schallquellenlokalisierungsverfahren SODIX bestimmt neben den Positionen auch die Richtcharakteristiken der Schallquellen. Das Verfahren wird vor allem für die Trennung der Schallfeldanteile von Flugzeugtriebwerken bei statischen Triebwerkstests entwickelt [1, 2, 3]. SODIX steht dabei für *Source directivity modelling in the cross-spectral matrix* und modelliert die von einem Mikrofonarray gemessene Kreuzspektralmatrix $\mathbf{C}$ durch inkohärente Überlagerung von gerichteten Punktschallquellen mit individueller Amplitude D von jeder Quelle j zu jedem Mikrofon m bzw. n:

$$C_{mn}^{\mathrm{mod}} = \sum_{j=1}^{J} g_{jm} D_{jm} D_{jn}^{*} g_{jn}^{*} \ . \tag{1}$$

Hierbei beschreibt g die bekannte Schallausbreitung von den Quellen zu den Mikrofonen. Die unbekannten Quellstärken $\mathbf{D} = [D_{11}, \ldots, D_{JM}]^T$ werden durch Minimierung des quadratischen Fehlers zwischen gemessener und modellierter Kreuzspektralmatrix bestimmt:

$$F(\mathbf{D}) = \left\| \mathbf{C} - \mathbf{C}^{\mathrm{mod}} \right\|^2 + \sigma R(\mathbf{D}) \ . \tag{2}$$

Auf Grund der großen Anzahl an unbekannten Quellstärken wird eine zusätzliche Regularisierung R in der Minimierung benötigt, die das Verfahren auch für schlecht-gestellte Probleme zu stabilen Lösungen konvergieren lässt.

Eine wesentliche Annahme des aktuellen Verfahrens ist das inkohärente Quellmodell nach Gleichung (1), welches keine Kreuzleistungen von Quellen an unterschiedlichen Orten j und k berücksichtigt:

$$\overline{D_{jm} D_{kn}^{*}} = \begin{cases} D_{jm} D_{kn}^{*} \ , & \text{falls } j = k \ , \\ 0 \ , & \text{falls } j \neq k \ . \end{cases} \tag{3}$$

Auf Grund des inkohärenten Quellmodells ist die Gültigkeit des Verfahrens zunächst auf breitbandige Schallquellen beschränkt. In diesem Beitrag wird eine Erweiterung von SODIX zur Schallquellenanalyse von Triebwerkstönen gezeigt. Hierfür wird das Ersatzschallquellenmodell auf kohärente Quellen erweitert. Dies ist eine wichtige Voraussetzung für die Untersuchung von Triebwerkstönen, da diese teil-kohärent aus dem Triebwerkseinlauf und dem Düsensystem abstrahlen können.

Erweiterung für kohärente Quellen

Eine wesentliche Erweiterung des SODIX-Verfahrens ist die Verwendung eines kohärenten Quellmodells, welches die Kohärenz von Quellen an unterschiedlichen Orten j und k berücksichtigt:

$$\overline{D_{jm} D_{kn}^{*}} = D_{jm} D_{kn}^{*} \ . \tag{4}$$

Im Vergleich zum inkohärenten Modell in Gleichung (1) enthält die von SODIX modellierte Kreuzspektralmatrix dann zusätzlich die Kreuzleistungen der Quellen:

$$C_{mn}^{\mathrm{mod}} = \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{J} g_{jm} D_{jm} D_{kn}^{*} g_{kn}^{*} \ . \tag{5}$$

Das kohärente Quellmodell nach Gleichung (5) stellt eine Verallgemeinerung von Gleichung (1) dar und ist gültig für inkohärente, teil- und voll-kohärente Schallquellen. Analog zu Gleichung (2) kann eine Kostenfunktion formuliert werden, um die unbekannten Richtcharakteristiken der Schallquellen zu bestimmen. Auf Grund der hohen Anzahl an zu bestimmenden Kreuzleistungen der Quellen werden jedoch weitere Annahmen eingeführt, um das Gleichungssystem effizient lösen zu können. So wird davon ausgegangen, dass die betrachteten Schallquellen voll-kohärent ($\gamma^2 = 1$) sind. Eine Folge dieser Annahme ist, dass das nicht-lineare Gleichungssystem für die Kreuzspektralmatrix $\mathbf{C}$ in ein lineares Gleichungssystem für die komplexen Schalldrücke $\mathbf{p} = [p_1, \ldots, p_m]^T$ übergeht:

$$\mathbf{p} = \hat{\mathbf{G}} \hat{\mathbf{D}} \ . \tag{6}$$

Die Systemmatrix $\hat{\mathbf{G}}$ enthält hierbei die bekannten Ausbreitungsfunktionen g und der Lösungsvektor $\hat{\mathbf{D}}$ die gesuchten Richtcharakteristiken der Schallquellen. Beide sind Block-Matrizen, deren Struktur beim Lösen des Gleichungssystems ausgenutzt werden kann. Auf Grund der Unterbestimmtheit des neuen Gleichungssystems werden die Richtcharakteristiken der Quellen zunächst durch geeignete Basisfunktionen parametrisiert. Dies erlaubt eine deutliche Reduzierung der Anzahl der Freiheitsgrade der zu bestimmenden Quellstärken im Vergleich zu einer freien Modellierung der Richtcharakteristiken. Abbildung 1 veranschaulicht die gewählte Basis der Bernstein-Polynome und Abbildung 2 zeigt exemplarisch die Parametrisierung einer simulierten Richtcharakteristik mit Bernstein-Polynomen.

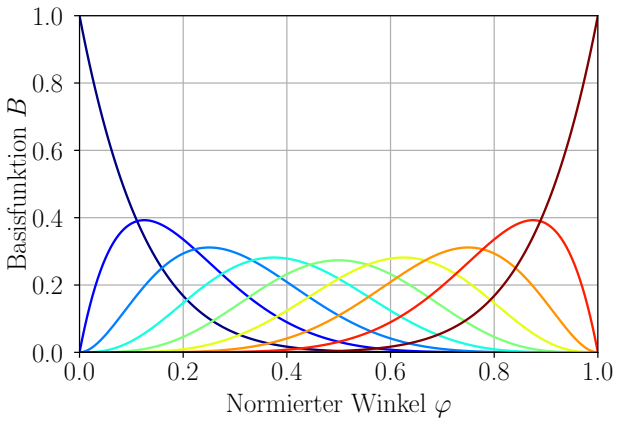

Abbildung 1: Bernstein-Polynome vom Grad 8 als Basisfunktionen.

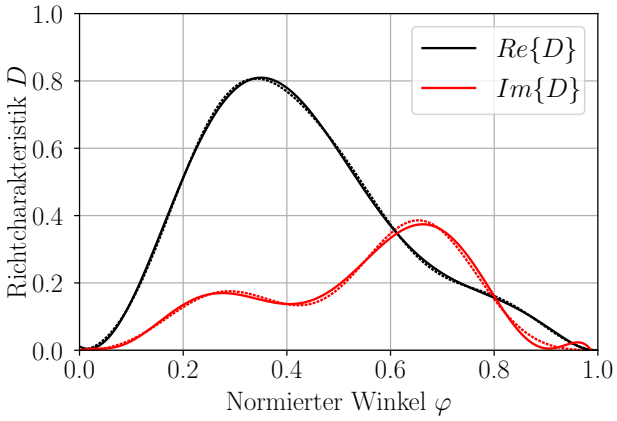

Abbildung 2: Parametrisierung (durchgezogene Linie) einer simulierten Richtcharakteristik (gestrichelte Linie) mit Bernstein-Polynomen.

Das lineare Gleichungssystem (6) für die zu bestimmenden Richtcharakteristiken der Schallquellen wird mit Methoden des *Compressed sensing* gelöst, die bereits erfolgreich bei der Modenanalyse von Schallfeldern in Turbomaschinen-Kanälen eingesetzt werden [4, 5]. Eine wesentliche Annahme hierbei ist, dass die zu erwartende Quellverteilung dünn besetzt (*sparse*) ist. Dies ist eine gute Annahme für die Schallabstrahlung von Triebwerkstönen, da diese von einzelnen Quellorten wie dem Triebwerkseinlauf und dem Düsensystem abstrahlen. Ein besonders geeignetes Verfahren für das kohärente SODIX-Quellmodell ist der BOMP-Algorithmus (*block orthogonal matching pursuit*), der die Block-Struktur der Systemmatrix und des Lösungsvektors ausnutzt.

Ergebnisse für Triebwerkstöne

Das kohärente SODIX-Verfahren wurde auf einen Triebwerkston angewendet, der während eines statischen Triebwerkstests auf einem Freifeld-Prüfstand gemessen wurde. Der Versuchsaufbau ist ähnlich zu den Versuchen in [3] und besteht aus einem Linien-Array mit 248 Mikrofonen, das parallel zum Triebwerk auf dem Boden des Prüfstandes installiert wurde. In der Aufbereitung der gemessen Mikrofondaten wurde zunächst eine zyklostationäre Analyse durchgeführt, welche die mit dem Fan kohärenten Anteile im Spektrum von fluktuierenden Anteilen trennt, vergleiche [6]. Abbildung 3 und 4 zeigen erste Ergebnisse der Anwendung des kohärenten SODIX-Verfahrens auf den rotorkohärenten Anteil des Triebwerkstons.

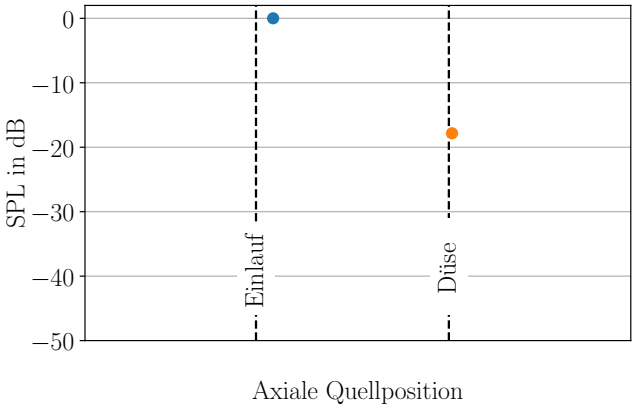

Abbildung 3: Quelllokalisierungsergebnisse für einen Triebwerkston: Quellposition und gemittelte Quellamplitude.

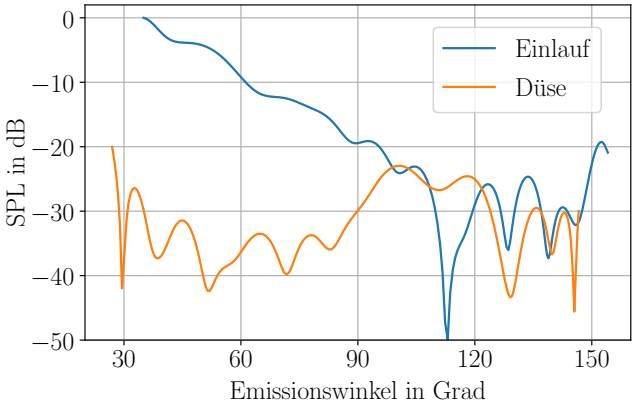

Abbildung 4: Quelllokalisierungsergebnisse für einen Triebwerkston: Richtcharakteristik der Quellen.

Abbildung 3 zeigt zunächst eine über die Richtcharakteristiken integrierte Quellkarte, die eine Beurteilung der räumlichen Lokalisierungseigenschaften des SODIX-Verfahrens erlaubt. Die Quellkarte hat eine Dynamik von 50 dB, welche auf die maximale Quellamplitude skaliert ist. SODIX bestimmt für den Triebwerkston jeweils eine Quelle an den erwarteten Positionen des Triebwerkseinlaufes und der Triebwerksdüse, die durch die gestrichelten Linien gekennzeichnet sind. Am Triebwerkseinlauf wird die Abstrahlung des Tons etwas weiter stromab lokalisiert. Dieses Phänomen ist bereits für das inkohärente SODIX-Verfahren bekannt und resultiert allein aus dem verwendeten eindimensionalen Quellgitter auf der Triebwerksachse. Da die tatsächlichen Schallquellen von Quellorten fernab der Triebwerksachse abstrahlen können, kommt es zu einem Parallaxen-Effekt, bei dem die wahren Quellen auf räumlich verschobene Positionen auf der Triebwerksachse projiziert werden [3]. An der Düse wird derselbe Effekt teilweise durch die Konvektion des Schalls mit dem Strahl kompensiert, sodass der Triebwerkston

hier an der tatsächlichen Düsenposition wiedergegeben wird. Im Allgemeinen ist die bestimmte Quellverteilung sehr dünn besetzt und zeigt keine Scheinquellen innerhalb der Dynamik von 50 dB.

Abbildung 4 zeigt zudem die Richtcharakteristik der beiden Quellgebiete Einlauf und Düse über den Emissionswinkel. Im vorderen Winkelbereich werden die Pegel von der Schallabstrahlung aus dem Triebwerkseinlauf dominiert. Die Richtcharakteristik des Triebwerkstons am Einlauf hat ein Maximum für den kleinsten gemessenen Winkel und sinkt kontinuierlich für Winkel bis etwa 100°. Im seitlichen und hinteren Winkelbereich tragen sowohl die Abstrahlung des Tons aus dem Einlauf als auch die aus der Düse zum Gesamtpegel bei. Der Anstieg der Richtcharakteristik der Düsen-basierten Quelle für Winkel kleiner als 50° und der Anstieg der Richtcharakteristik der Quelle am Einlauf für die größten Abstrahlwinkel entspricht nicht den Erwartungen und ist Gegenstand aktueller Untersuchungen. Eine mögliche Ursache könnte eine schlechte Konditionierung der Systemmatrix **G** durch eine sub-optimale Mikrofonanordnung sein.

Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurde eine Erweiterung des Schallquellenlokalisierungsverfahrens SODIX zur Analyse tonaler Schallfelder präsentiert. Hierfür wurde zunächst ein verallgemeinertes Quellmodell vorgestellt, dass für inkohärente, teil- und voll-kohärente Schallquellen gültig ist. Dies ist eine Voraussetzung für die Analyse von Triebwerkstönen, da diese teil-kohärent aus Triebwerkseinlauf und Düsensystem abstrahlen können. Zur Vereinfachung des Gleichungssystem wurde die weitere Annahme gemacht, dass die betrachteten Schallquellen voll-kohärent sind. Eine Parametrisierung der Richtcharakteristiken mit Hilfe von Basisfunktionen wurde vorgestellt, die eine deutliche Reduzierung der Freiheitsgrade in der Modellierung bewirkt. Das resultierende Gleichungssystem für die unbekannten Richtcharakteristiken der Schallquellen wurde mit einem Verfahren des Compressed sensing gelöst, welches die spezielle Blockstruktur der Systemmatrix und des Lösungsvektors ausnutzt. Eine erste Anwendung des kohärenten SODIX-Verfahrens auf einen Triebwerkston während eines statischen Triebwerkstests hat gezeigt, dass das Verfahren die Schallabstrahlung des Tons aus Einlauf und Düse mit plausiblen Richtcharakteristiken trennen kann. Diese Ergebnisse zeigen, dass das Schallquellenlokalisierungsverfahren SODIX auf Triebwerkstöne angewendet werden kann.

Danksagung

Das Forschungsvorhaben wurde durch das Bundesministerium für Wirtschaft und Energie (BMWi) im Rahmen des Luftfahrtforschungsprogramms (LuFo) innerhalb des Projektes LIST (20T1307B) für die Messung der Triebwerksdaten und des Projektes MUTE (20T1915D) für die Entwicklung der Methode gefördert.

Literatur

[1] Michel, U. und Funke, S.: Noise Source Analysis of an Aeroengine with a New Inverse Method SODIX. 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference), May 5-7, 2008, Vancouver, British Columbia, 2008

[2] Funke, S., Skorpel, A. und Michel, U.: An extended formulation of the SODIX method with application to aeroengine broadband noise. 18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 4-6 June 2012, Colorado Springs, USA, 2012

[3] Funke, S.: Ein Mikrofonarray-Verfahren zur Untersuchung der Schallabstrahlung von Turbofantriebwerken. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2017

[4] Behn, M., Kisler, R. und Tapken, U.: Efficient Azimuthal Mode Analysis using Compressed Sensing. 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 30 May - 1 Jun 2016, Lyon, France, 2016

[5] Hurst, J., Behn, M., Tapken, U. und Enghardt, L.: Sound Power Measurements at Radial Compressors Using Compressed Sensing Based Signal Processing Methods. ASME Turbo Expo 2019, Phoenix, Arizona, USA, 2019

[6] Grizewski, L., Behn, M., Funke, S. und Siller, H. A.: Analysis of the influence of inflow distortions on turbofan rotor noise. 25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 20-23 May 2019, Delft, The Netherlands, 2019