Tomographische Rekonstruktionsalgorithmen für einen Ultraschall-Scanner

Daniel Eder[1], Michael Schwarz[1], Bernhard G. Zagar[1]

[1] *Institut für Elektrische Messtechnik, Johannes Kepler Universität Linz, 4040 Linz, Österreich*

Email: daniel.eder@jku.at

Einleitung

Die Fan-Beam-Transformation ist ein sehr gut untersuchtes mathematisches Werkzeug und wird im Bereich der Computertomographie standardmäßig zur tomographischen Rekonstruktion von Schnittbildern eingesetzt. Die Information über die innere Struktur eines untersuchten Querschnitts wird dabei aus der Intensität von Röntgenstrahlen gewonnen, welche das Messobjekt fächerförmig durchleuchten und an einem Detektor aufgezeichnet werden. Aus Analogieüberlegungen folgt, dass die Fan-Beam-Transformation auch anwendbar ist, um die Schallgeschwindigkeit von Testobjekten mittels transmittiertem Ultraschall tomographisch zu bestimmen. Dazu ist es nötig, die Schalllaufzeit entlang mehrerer fächerförmig angeordneter Messpfade zu bestimmen.

In diesem Beitrag wird zunächst der Aufbau und das Prinzip eines Ultraschallscanners zur Rekonstruktion von Schallgeschwindigkeitsverteilungen präsentiert. Anschließend wird die Eignung der Fan-Beam-Transformation für diese Anwendung näher erläutert, sowie ein zweiter, iterativer Ansatz zur Rekonstruktion vorgestellt. Abschließend werden die Ergebnisse beider Rekonstruktionsverfahren anhand zweier Testobjekte gezeigt und miteinander verglichen.

Messaufbau

Der zur Aufzeichnung der Messdaten verwendete Ultraschall-Scanner ist in Abbildung 1 dargestellt. Zum Senden und Empfangen der Ultraschallpulse werden piezoelektrische Ultraschallwandler des Typs SMFM21F1000 der Firma *Steminc* verwendet, welche eine Resonanzfrequenz von 1 MHz aufweisen. Der Messkopf setzt sich zusammen aus einem Wandler mit 3D-gedruckter akustischer Streulinse [1] als Sender und 15 Empfangswandlern ohne Linse, die bezogen auf den Phasenmittelpunkt des Sendewandlers mit jeweils 5° Abstand zueinander angeordnet sind. Der Sender und die Empfänger sind mit einem Radius von 108 mm kreisförming um das Zentrum des Aufbaues angeordnet, wobei die Oberflächennormalen aller Empfänger in Richtung Phasenzentrum des Senders ausgerichtet sind, um die Amplitude des detektierten Signals zu maximieren. Der Messkopf enthält außerdem die Elektronik zur Auswertung der einzelnen Pfade und lässt sich mithilfe eines Schrittmotors in 1°-Schritten um den Mittelpunkt des Messbereiches drehen, wo das zu analysierende Messobjekt positioniert wird. Zur besseren Einkopplung der Schallwellen in das Messobjekt findet die Messung anstelle von Luft in einem Wasserbecken statt, da dadurch ein geringerer Impedanzsprung zwischen einem Festkörper als Messobjekt und dem umliegenden Medium auftritt.

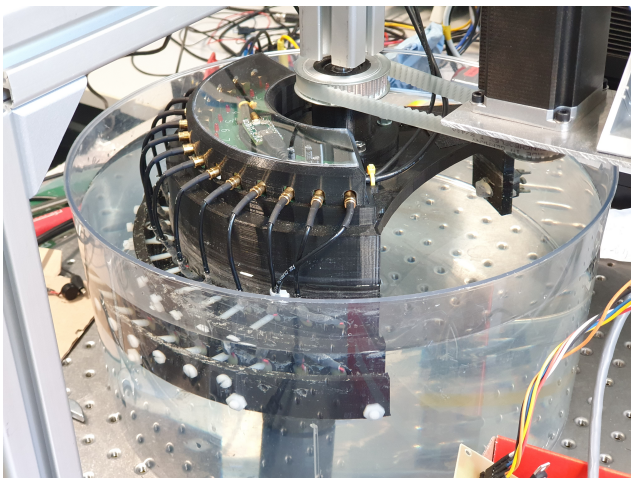

Abbildung 1: Realisierung des Ultraschall-Scanners zur Untersuchung von tomographischen Rekonstruktionsalgorithmen. In der Bildmitte befindet sich der Messkopf des Scanners. Rechts oben im Bild ist der Schrittmotor zu sehen.

Laufzeitmessung

Das Ziel eines Messvorgangs mit dem beschriebenen Aufbau ist, für alle 360 Rotationsschritte des Messkopfes die Signallaufzeiten vom Sender zu allen 15 Empfängern zu bestimmen. Dazu wird am Sender ein transientes Ultraschallsignal abgestrahlt und die ankommenden Signale an den Empfängern gemessen. In Abbildung 2 sind zwei aufgenommene Signale des selben Empfängers für unterschiedliche Messvorgänge dargestellt. Das rote Signal skizziert eine Referenzmessung, bei der sich kein Messobjekt im Becken befindet, während das blaue Signal aus einer Messung mit einem Polyamidzylinder stammt. Da Polyamid eine höhere Schallgeschwindigkeit ($c_{\text{Polyamid}} = 2200\,\text{m/s}$) als das Hintergrundmedium Wasser ($c_{\text{Wasser}} = 1484\,\text{m/s}$) aufweist [2], erkennt man in der Darstellung, dass das blaue Wellenpaket zeitlich gesehen früher am Empfänger eintrifft als das rote Wellenpaket. Des Weiteren erkennt man, dass das blaue Signal durch Reflexionen an den Wellenwiderstandssprüngen eine deutlich geringere Signalamplitude aufweist. Die aus der Signaldämpfung gegenüber dem Referenzsignal ableitbare Information über das Messobjekt wird in diesem Beitrag nicht berücksichtigt, könnte aber bei geeigneter Verarbeitung zu einer weiteren Verbesserung der Rekonstruktionsergebnisse führen. Bei Messpfaden, die den Rand des Messobjektes streifen, kann es aufgrund der endlichen Apertur der Ultraschallwelle am Empfänger zu einer Überlagerung unterschiedlicher Signalkomponenten kommen. Ein Teil des Signals läuft dabei durch das Messobjekt, während der übrige Teil über Beugungseffekte am Messobjekt vorbeiläuft. Um den schnellsten Schallpfad

zu detektieren, wird daher zur Auswertung der Signallaufzeit ein Schwellwert verwendet, der das erste Ansteigen der Einhüllenden des empfangenen Wellenpaketes erfasst.

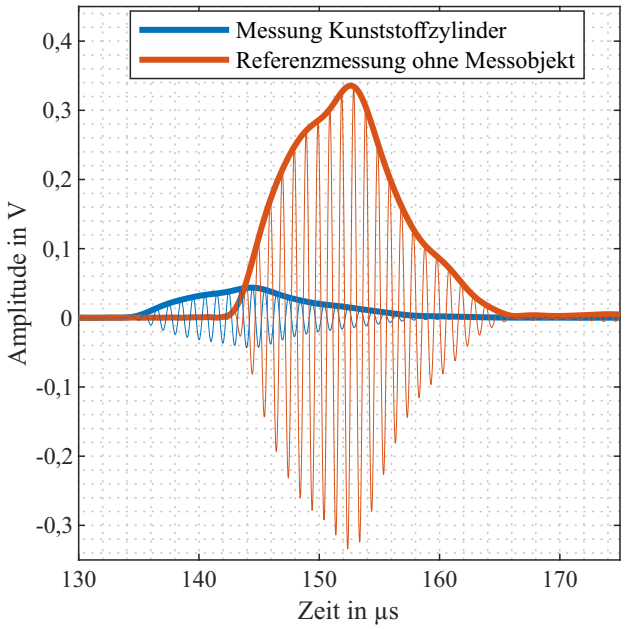

Abbildung 2: Empfangssignal einer Referenzmessung ohne Messobjekt (rot) im Vergleich zu einem Empfangssignal mit Polyamidzylinder als Messobjekt (blau).

Radon- und Fan-Beam-Transformation

Die Radon-Transformation beschreibt das Linienintegral über ein zweidimensionales Skalarfeld, wobei als Integrationswege parallele Strahlen zwischen Sender und Empfänger verwendet werden. Die Radon Transformation einer zweidimensionalen Verteilung $f(x, y)$ ist definiert als

$$\mathcal{R}\{f(\gamma)\} = \int_{\gamma} f(x, y)\mathrm{d}s, \tag{1}$$

wobei γ der Integrationsweg ist. Mithilfe der Radon-Transformation wird somit jedem Schnitt durch die Verteilung ein Zahlenwert zugewiesen.

Analog dazu lässt sich für eine beliebige Schallgeschwindigkeitsverteilung $c(x, y)$, je nach Integrationsweg, eine Signallaufzeit nach

$$t = \int_{\gamma} \frac{1}{c(x, y)}\mathrm{d}s = \int_{\gamma} S(x, y)\mathrm{d}s \tag{2}$$

bestimmen, wobei $S(x, y)$ der Langsamkeit entspricht [3]. Bei Betrachtung der Gleichungen (1) und (2) erkennt man sofort eine Analogie aus der folgt, dass die Messung von Signallaufzeiten paralleler Strahlen einer Radon-Transformation entspricht.

Die Fan-Beam-Transformation ist eine geometrische Abwandlung der Radon-Transformation. Bei der Fan-Beam-Geometrie verlaufen die beobachteten Messpfade von einer Punktquelle aus zu mehreren Empfängern. Die Quelle und alle Empfänger sind dabei kreisförmig um das Zentrum des Messbereiches angeordnet, wie es in Abbildung 3 dargestellt ist. Der zuvor beschriebene Messaufbau wurde nach dem Vorbild der Fan-Beam-Geometrie aufgebaut.

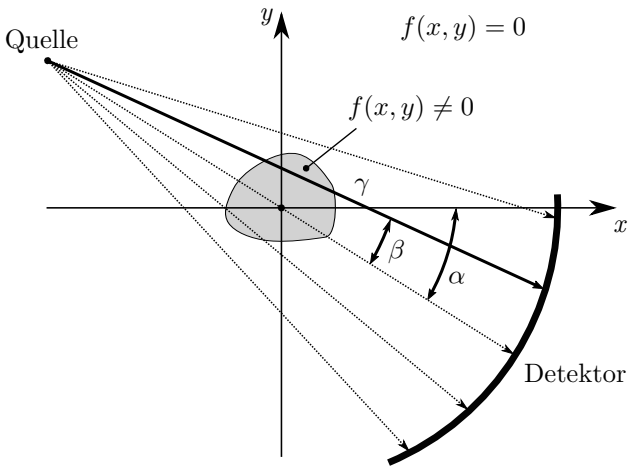

Abbildung 3: Schematische Darstellung der Fan-Beam-Transformation.

Radon- und Fan-Beam-Transformation sind gut untersuchte mathematische Werkzeuge, die in erster Linie aus der Computertomographie bekannt sind. Über die sogenannte gefilterte Rückprojektion (engl.: Filtered Back-Projection) lassen sich die beiden Transformationen umkehren [4]. Gemäß Gleichung (1) lässt sich daher aus einem gemessenen $\mathcal{R}\{f(\gamma)\}$ mittels inverser Radon- bzw. Fan-Beam-Transformation auf $\hat{f}(x, y)$ zurückschließen. Übertragen auf die Problemstellung dieser Arbeit, lässt sich daher aufgrund der zuvor genannten Analogie zu den gemessenen Laufzeiten t für mehrere verschiedene Schallpfade eine Langsamkeitsverteilung $S(x, y)$ und in weiterer Folge eine Schallgeschwindigkeitsverteilung $c(x, y)$ rekonstruieren.

Iterative Rekonstruktion der Schallgeschwindigkeit

Die Rekonstruktion der Schallgeschwindigkeitsverteilung lässt sich auch mithilfe eines iterativen Ansatzes durchführen. Eine schematische Skizze zu diesem Verfahren ist in Abbildung 4 dargestellt. Bei der iterativen Rekonstruktion wird zunächst das Rekonstruktionsgebiet in einzelne Pixel unterteilt, wobei jedem Pixel eine initiale Schallgeschwindigkeit zugewiesen wird. Für sämtliche Messpfade wird anschließend über quadratische Bézierkurven jene Trajektorie mit der kürzesten Schalllaufzeit berechnet. Die simulierte Schalllaufzeit dieser Trajektorie wird mit der gemessenen Schalllaufzeit für den entsprechenden Pfad verglichen und gemäß der Gleichung

$$\begin{aligned} S_j^{(l+1)} &= \frac{S_j^{(l)}}{\sum_{i=1}^{M} A_{i,j}} \sum_{i=1}^{M} A_{i,j} \frac{t_i^{\mathrm{mess}}}{\sum_{k=1}^{N} A_{i,k} S_k^{(l)}} \\ &= S_j^{(l)} \sum_{i=1}^{M} corr_{i,j} \end{aligned} \tag{3}$$

in der Korrekturmatrix $corr_{i,j}$ berücksichtigt. $S_j^{(l+1)}$ enthält die Langsamkeit von Element j im nächsten Iterationsschritt $(l+1)$, während $S_j^{(l)}$ die Langsamkeit im aktuellen Iterationsschritt darstellt. t_i^{mess} ist die gemessene Schalllaufzeit von Messpfad i und $A_{i,j}$ enthält die zurückgelegte Wegstrecke des Messpfades i im jeweils beobachteten Element j. Nach Iteration über alle Messpfade und vollständiger Ermittlung der Korrekturmatrix $corr_{i,j}$, wird die Langsamkeit aller diskreten Elemente gemäß Gleichung (3) neu berechnet. Dies wird so oft wiederholt, bis sich der Wert der Pixel zwischen den einzelnen Iterationsschritten kaum mehr verändert und ein vorgegebenes Abbruchkriterium erreicht wird. Eine detailiertere Beschreibung des Algorithmus ist in [5] zu finden.

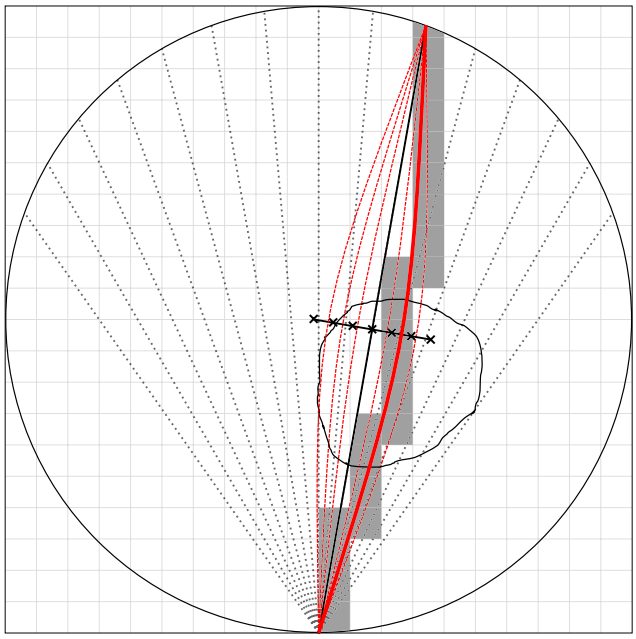

Abbildung 4: Schematische Darstellung zur iterativen Rekonstruktion der Schallgeschwindigkeitsverteilung. Die grauen, punktierten Linien stellen alle 15 Messpfade für einen Rotationswinkel dar. Die schwarze, durchgezogene Linie stellt den beobachteten Messpfad dar. In rot sind die quadratischen Bézierkurven zur Näherung des schnellsten Schallpfades angedeutet. Die dicke, rote Kurve stellt beispielhaft den schnellsten Schallpfad im aktuellen Iterationsschritt dar.

Testobjekte

In diesem Abschnitt werden zwei Testobjekte präsentiert, die mit dem oben beschriebenen Messaufbau gescannt und anschließend mit beiden genannten Verfahren rekonstruiert wurden.

Polyamidzylinder

Als erster Testkörper wurde ein homogener Zylinder aus Polyamid mit einem Durchmesser von 36,6 mm verwendet. Gemäß [2] besitzt Polyamid eine Schallgeschwindigkeit von 2200 m/s.

Hühnerei

Um die Rekonstruktion auch an einem organischen Testkörper durchzuführen, wurde als zweites Messobjekt ein gekochtes und geschältes Hühnerei verwendet. Das Ei wurde dabei so gekocht, dass sowohl das Eiweiß, als auch der Dotter vollständig geronnen sind. Ein Bild des nach der Messung halbierten Eies ist in Abbildung 5 dargestellt. In der Scanebene beträgt der Außendurchmesser des Eiweißes circa 42,7 mm und des Dotters circa 29 mm. Laut [6] beträgt die Schallgeschwindigkeit von geronnenem Eiweiß 1530 m/s und von geronnenem Dotter 1501 m/s.

Abbildung 5: Gekochtes, geschältes und nach der Messung aufgeschnittenes Hühnerei. Die Schnittebene entspricht der Scanebene.

Rekonstruktionsergebnisse

Die Rekonstruktionsergebnisse werden in den folgenden Abschnitten gezeigt und verglichen. Die gestrichelten Formen in den Abbildungen stellen dabei die reale Geometrie der Testobjekte dar.

Polyamidzylinder

Die Abbildungen 6 und 7 zeigen die Ergebnisse beider Rekonstruktionsverfahren für die Messung des Polyamidzylinders. In der Fan-Beam-Rekonstruktion lässt sich der Umriss des Zylinder gut erkennen, die Schallgeschwindigkeit erscheint in dieser Rekonstruktion allerdings nicht sehr homogen und schwankt um den Zielwert von 2200 m/s. Bei der iterativen Rekonstruktion wird die Schallgeschwindigkeit sehr gut rekonstruiert und auch die Geometrie ist bis auf einige Artefakte gut zu erkennen. Es lässt sich annehmen, dass die auftretenden Ungenauigkeiten und Artefakte durch eine Erhöhung der Anzahl an Empfängern deutlich verringert werden können.

Hühnerei

Die Abbildungen 8 und 9 zeigen die Ergebnisse beider Rekonstruktionsverfahren für die Messung des Eies. Der Kontrast zwischen Eiweiß und Dotter ist in beiden Fällen sehr gut erkennbar und es lässt sich feststellen, dass die geometrische Form und die Größenordnung der Schallgeschwindigkeit bei beiden Methoden sehr gut rekonstruiert wird. Die in Abbildung 8 besonders deutlichen Artefakte am Rand treten bei jeder Rekonstruktion mittels inverser Fan-Beam-Transformation auf und kommen besonders zum Vorschein, wenn wie hier die Schallgeschwindigkeit des Testobjekts und die Schallgeschwindigkeit des Hintergrundmediums Wasser nahe beieinander liegen.

Vergleich

Die iterative Rekonstruktion benötigt eine circa 400-mal so lange Rechenzeit als die Fan-Beam-Rekonstruktion. Bei der Fan-Beam-Rekonstruktion wird die Annahme einer geraden strahlenförmigen Ausbreitung der Schallwellen getroffen, was im Allgemeinen nur eine Näherung dar-

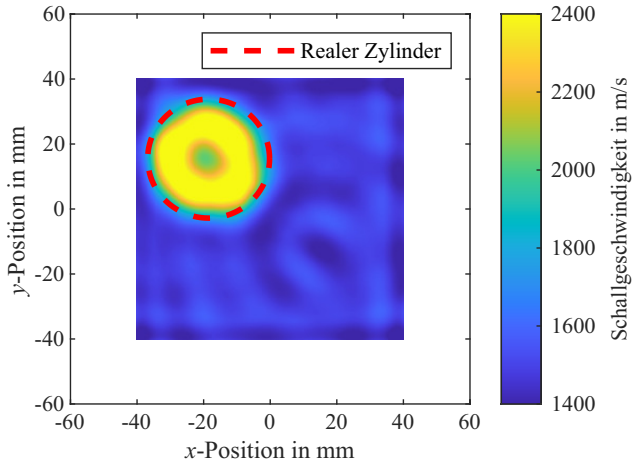

Abbildung 6: Rekonstruktion des Polyamidzylinders mittels inverser Fan-Beam-Transformation.

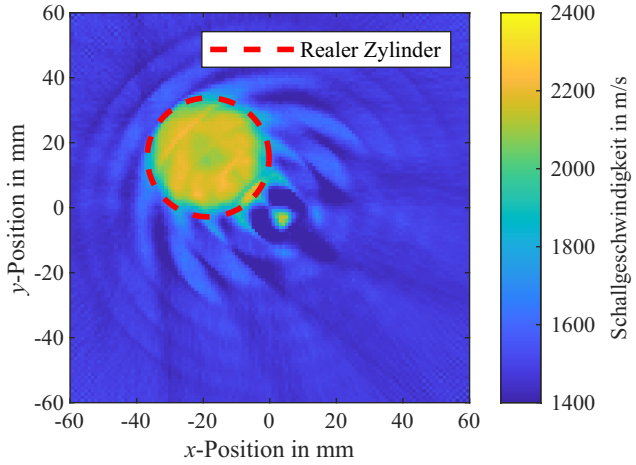

Abbildung 7: Rekonstruktion des Polyamidzylinders mittels iterativer Rekonstruktion.

stellt. Es zeigt sich in den Ergebnissen allerdings, dass die Rekonstruktion trotz dieser Annahme gute Resultate liefert. Die Annahme der strahlenförmigen Ausbreitung ist umso besser erfüllt, je näher die akustische Impedanz des Messobjekts an der akustischen Impedanz des Wassers liegt. Bei der iterativen Rekonstruktion wird hingegen die nicht geradlinige Ausbreitung des Ultraschalls durch quadratische Bézierkurven genähert. In Simulationen hat sich außerdem gezeigt, dass die Qualität der Rekonstruktion durch eine Erhöhung der Anzahl an Empfängern noch deutlich verbessert werden kann.

Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurde ein Ultraschall-Scanner aus 16 piezoelektrischen Ultraschallwandlern nach dem Vorbild eines Computertomographen aufgebaut. Anhand dieses Aufbaues wurden mit der inversen Fan-Beam-Transformation und der iterativen Rekonstruktion zwei verschiedene Methoden zur Rekonstruktion der Schallgeschwindigkeitsverteilung erfolgreich getestet. Beide Methoden lieferten sowohl bei der Messung eines homogenen Polyamidzylinders, als auch bei der Messung eines gekochten und geschälten Hühnereies plausible Rekonstruktionsergebnisse.

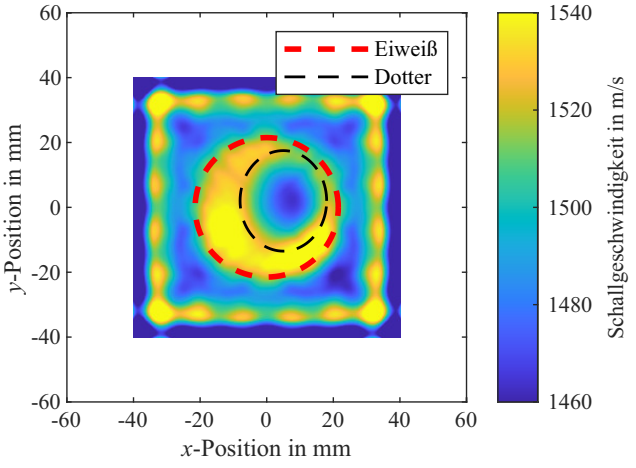

Abbildung 8: Rekonstruktion des Hühnereies mittels inverser Fan-Beam-Transformation.

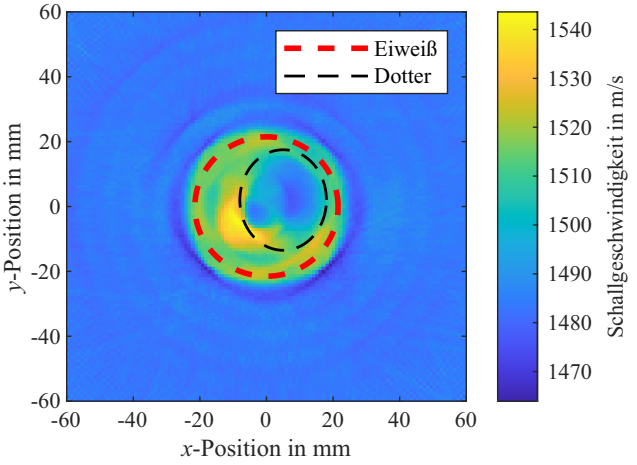

Abbildung 9: Rekonstruktion des Hühnereies mittels iterativer Rekonstruktion.

Literatur

[1] Schwarz, M.; Eder, D.; Zagar, B.: Delay-and-Sum Processing of Echo Data of Transducers Focused by 3D Printed Lenses. IEEE International Ultrasonics Symposium (2020)

[2] Olympus Homepage - Schallgeschwindigkeit im Material, URL: `https://www.olympus-ims.com/de/ndt-tutorials/thickness-gauge/appendices-velocities/`

[3] Lerch, R.; Sessler, G.; Wolf, D.: Technische Akustik. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009

[4] Gonzalez, R., Woods, R.: Digital Image Processing. Prentice Hall, New Jersey, 2008

[5] Perez-Liva, M.; et al.: Speed of sound ultrasound transmission tomography image reconstruction based on Bézier curves. Ultrasonics 103 (2020), 106097

[6] Opielinski, K.: Ultrasonic parameters of hen's egg. Mol Quant Acoust 28 (2007), 203-217