Miniaturisierte Resonatoren für Ultraschall: Messung der Charakteristika

Yutao Lan[1*], Tobias Merkel[1], Ennes Sarradj[2]

[1] *Beuth Hochschule für Technik Berlin, 13353 Berlin,* [*] *Email: yutao.lan@beuth-hochschule.de*

[2] *Technische Universität Berlin, Fachgebiet Technische Akustik, 10587 Berlin*

Einleitung

Für neuartige Anwendungen sind Eigenschaften und Systemverhalten von Miniatur-Resonatoren im Ultraschallbereich von Bedeutung. Eine der wichtigen Eigenschaften ist die Resonanzfrequenz. Ihre gezielte Auslegung basiert meistens zuerst auf einer bekannter analytischer Lösung (z.B. Gleichung 1), welche aber für hohe Frequenz ungeeignet ist. Eine modifizierte Lösung (Glg. 3) wurde eingeführt.

Ein Verfahren zur messtechnischen Bestimmung der Resonanzfrequenz des Resonators ist der Einsatz der Zwei-Mikrofon-Methode (ZMM) in einem Impedanzmessrohr. Im Vorfeld wurden ein Impedanzmessrohr und ein Resonatormuster konstruiert [1]. Die standardisierte ZMM [2] lässt sich in diesem Fall nicht direkt umsetzen. Eine Alternative muss implementiert werden.

Ziel dieses Beitrags ist es, eine Methode zu entwickeln, mit der die Funktionalität und die Eigenschaften von gefertigten Labormustern im unteren Ultraschallbereich experimentell untersucht werden können.

Resonanz: Analytische Lösung

Das Verhalten eines Helmholtz-Resonators lässt sich über eine Analogiebetrachtung zu einem mechanischen Feder-Masse-System nachbilden. Dabei wird die Luft im Hals als Masse und die Luft in der Kavität als Feder betrachtet. Die Resonanzfrequenz lässt sich durch die folgende Formel berechnen:

$$f = \frac{c_0}{2\pi}\sqrt{\frac{A_{neck}}{V_{body}\cdot l_{eff}}} \tag{1}$$

Dabei sind f Resonanzfrequenz, c_0 Schallgeschwindigkeit in Luft, A_{neck} Querschnitt der Öffnung, V_{body} Volumen der Kavität, l_{eff} wirksame Halslänge. Die wirksame Halslänge lässt sich aus der tatsächlichen Halslänge l durch Addition eines Korrekturterms l_{cor} ermitteln. Wenn $\frac{r_0}{R} < 0,4$ ist, lässt sich der Korrekturterm durch

$$l_{cor} = \frac{8r_0}{3\pi}\left(1 - 1,25\frac{r_0}{R}\right) \tag{2}$$

annähern [3]. Dabei ist r_0 der Radius der Öffnung und R der Radius der Kavität. Für $\frac{r_0}{R} > 0,4$ ist der Korrekturterm in [3] zu finden. In Fällen von hoher Frequenz verliert Gleichung (1) ihre Gültigkeit. Für $kl_{body} > \pi/8$ gilt die modifizierte Gleichung (3) [4]

$$f = \frac{c_0}{2\pi}\sqrt{\frac{A_{neck}}{V_{body}\cdot l_{eff} + \frac{1}{3}l_{body}^2 A_{neck}}} \tag{3}$$

Dabei ist k die Wellenlänge und l_{body} die Länge der Kavität. Im Prinzip wurden höhere Ordnungen bei der Linearisierung beibehalten. Die genaue Herleitung ist in [4] zu finden. Ein Vergleich mit den Messdaten ist in Abbildung 4 dargestellt. Während die Lösung 1 wie erwartet ungültig für den untersuchten Frequenzbereich ist, kann die modifizierte Lösung 3 die Resonanz gut vorhersagen.

Zwei-Mikrofon-Methode

Der Schalldruck im Rohr setzt sich aus hinlaufender und reflektierter Schallwelle zusammen. Unter der Bedingung von ebener Welle im Rohr lässt sich der Reflexionsfaktor durch die Formel 4 berechnen:

$$r = \frac{H_{12} - H_I}{H_R - H_{12}} e^{2jkx_1} \qquad [1] \tag{4}$$

(mit Übertragungsfunktion der hinlaufenden Schallwelle H_I, der reflektierten Schallwelle H_R, und des gesamten Schallfelds vom Mikrofon 1 zum Mikrofon 2 H_{12}, k Wellenzahl, x_1 Abstand von der Probe zum Mikrofon 1). Die genaue Herleitung ist in [5] zu finden.

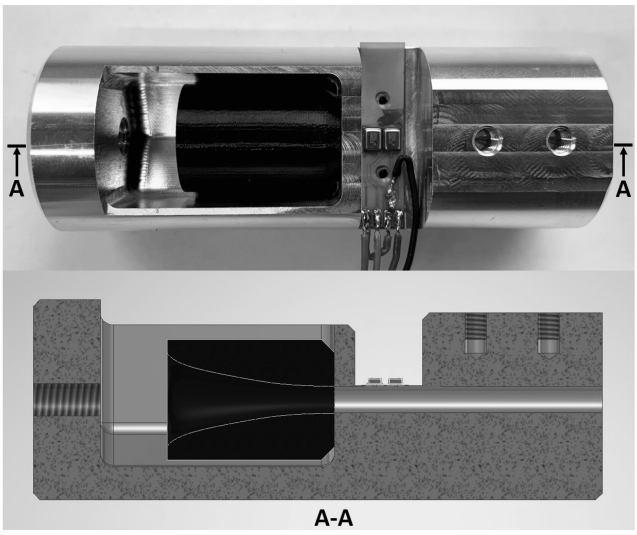

Abbildung 1: Impedanzmessrohr mit zwei analogen MEMS-Mikrofonen und einem reflexionsarmen Abschluss.

Messaufbau und Messtechnik

Die Konstruktion des Impedanzmessrohres orientiert sich primär an der Norm [2]. Der verwendete Aufbau ist in Abbildung 1 zu sehen. Der innere Durchmesser des Rohrs beträgt 4 mm, was zu einer Cut-off-Frequenz von ca. 52 kHz führt. Zum Einsatz kamen zwei analoge MEMS-Mikrofone SPU0410LR5H-QB von Knowles, die in einem

Abstand zueinander von 3,1 mm platziert waren. Als Schallquelle wurde der Hochtöner L10 von Kemo durch einen Funktionsgenerator 33210A von Keysight angesteuert. Ein AC/DC Wandler PXI-5922 von National Instruments wurde ausgewählt, welcher über eine Abtastrate bis zu 15 MS/s und eine Auflösung bis zu 24 bits verfügt.

Auswahl der Anregung

Es wurde sich für monofrequente Sinus-Anregung bei hochlaufenden Frequenzen (Sweep) entschieden. Eine gängigere, effizientere breitbandige Anregung, z.B. weißes Rauschen, erwies sich dafür als ungeeignet, da einerseits die Sensitivität der eingesetzten Mikrofone und zusätzlich die Energiedichte des Lautsprechers ab ca. 30 kHz deutlich schwächer wurden, und anderseits die Mikrofone eine starke nichtlineare Sensitivität ab 10 kHz aufwiesen. Aus diesen Gründen führt die breitbandige Anregung zu unerwünschter Übersteuerung ober schlechtem Signal-Rausch-Verhältnis in einzelnen Frequenzbereichen. Im Gegensatz dazu ermöglichte die monofrequente Sinus-Anregung eine Anpassung der Anregungsamplitude an die Messtechnik für jede Frequenz. Dadurch konnte ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis im ganzen untersuchten Frequenzbereich erzielt werden.

Rekonstruktion des Signals

Am Anfang wurde zur Rekonstruktion des Signals die Welch's method (FFT) implementiert. Im Zusammenhang mit der monofrequenten Anregung und dem angestrebten kleinen Inkrement im breiten Frequenzbereich war diese Methode sehr zeitaufwendig. Daher wurde auf das Sine-Fitting [6] umgestiegen. Bis auf die Effizienz erweist sich das Sine-Fitting unempfindlich auf Rauschen bei der Detektion der Signalphasen im Vergleich zu anderen Methoden, z.B. Zero-Crossing [7]. Ausgewählt ist das sogenannte Sieben-Parameter-Fitting [8], da diese Methode eine bessere Präzision im Vergleich zu Standard-Verfahren, z.B. das Drei-Parameter-Fitting [6] oder das Vier-Parameter-Fitting [6] erzielen kann [9]. Ein wesentlicher Unterschied gegenüber den Standard-Verfahren besteht darin, dass eine gemeinsame Frequenz für beide Signale geschätzt wird. Der zu minimierende Fehler lautet:

$$\begin{aligned}\varepsilon = &\sum_{m=1}^{M} \left[y_{1,m} - A_1\cos(2\pi f t_m) - B_1\sin(2\pi f t_m) - C_1\right]^2 \\ &+ \\ &\sum_{m=1}^{M} \left[y_{2,m} - A_2\cos(2\pi f t_m) - B_2\sin(2\pi f t_m) - C_2\right]^2\end{aligned} \tag{5}$$

Dabei sind A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2 Konstante der Sinus-Antwort jeweils Mikrofon 1 und 2. $y_{1,m}$ und $y_{2,m}$ sind die Messsignale des Mikrofons 1 und 2. M ist die Stichprobenzahl.

Thermoviskose Verluste an der Rohrwand

In der Nähe der Innenwand bildet sich aufgrund des thermoviskosen Effekts eine Grenzschicht, welche im Regelfall nicht beachtet werden muss. Zum Erzielen eines präzisen Ergebnisses lassen sich die thermoviskosen Verluste in diesem Zusammenhang nicht vernachlässigen. Dafür wurde ein thermoviskoses Verlustmodell [10] implementiert. Die Wellenzahl wird komplex und lautet

$$\begin{aligned}k = &\frac{\omega}{c_0}\left[1 + \frac{1-j}{\sqrt{2}}\frac{1}{Sh_D}\left(1 + \frac{\gamma-1}{Pr^{0,5}}\right)\right] - \\ &\frac{\omega}{c_0}\frac{j}{Sh_D^2}\left(1 + \frac{\gamma-1}{Pr^{0,5}} - \frac{1}{2}\gamma\frac{\gamma-1}{Pr}\right)\end{aligned} \tag{6}$$

(mit Kreisfrequenz ω, Wärmekapazitätsverhältnis γ, Prandtl-Zahl der Luft Pr, Verhältnis vom Rohrdurchmesser zur viskosen Grenzschicht Sh_D).

Kalibrierung der Mikrofone

Die Kalibrierung der Mikrofone erfolgte durch Austauschen der beiden Mikrofone miteinander. Zum Erlangen eines besseren Ergebnisses muss ein möglichst reflexionsarmer Abschluss realisiert werden. Im Aufbau wurde ein abgestimmtes Trichterprofil [11] umgesetzt, welches in Abbildung 1 zu sehen ist. Außerdem wurde ein kegelförmiges Porös-Material vor dem Abgang des Trichterprofiles platziert, damit der transmittierte Schall teilweise nach außen reflektiert und teilweise absorbiert wird. Aufgrund des Platzmangels im Versuchsaufbau ließ sich bisher keine totale Absorption erzielen. Einige stehenden Wellen sind in Abbildung 2, z.B. das Peak gegen 34 kHz, zu sehen.

Bestimmung der Mikrofonposition

Die Mikrofonposition lässt sich durch den Phasenunterschied zwischen den Mikrofonen genauer bestimmen [12]. Beim Einsatz der ZMM spielt die genaue Mikrofonposition eine entscheidende Rolle. Die Position kann durch die Suche nach Druckknoten bei Sweep-Anregung festgestellt werden. Allerdings sind diese Stellen wegen des Grundrauschens nicht exakt zu finden. Hierbei erfolgte die Bestimmung des Mikrofonabstands s durch die Phasenverzögerung zwischen den Mikrofonen bei einem reflexionsarmen Abschluss durch die Formel (7) [12].

$$s = -\frac{\Phi_{12}\cdot c_0}{2\pi f} \tag{7}$$

Dabei ist Φ_{12} die Phasenververschiebung zwischen Mikrofon 1 und 2.

Validierung durch drei Rohrabschlüsse

Die Validierung des Impedanzrohres erfolgte durch den Vergleich von den Messwerten mit entsprechenden bekannten analytischen Lösungen in Fällen von einem schallharten, einem geöffneten und einem reflexionsarmen Abschluss, da keine Referenzmaterialien im untersuchten Frequenzbereich zur Verfügung stellten. In Abbildung 2 ist der Reflexionsfaktor aller drei Fälle gegeneinander dargestellt.

Im Fall vom schallharten Abschluss ist eine auffällige Abweichung gegen 27 kHz in Abbildung 2 zu sehen. Diese konnte durch die Kalibrierung (Austausch des Mikrofons) verringert aber nicht vollständig beseitigt werden. Ein möglicher Grund dafür ist, dass das eingesetzte Mikrofon eine Resonanz bei 27 kHz hat und sich die Sensitivität in diesem Bereich stark variiert. Ein winziger Versatz an

die Mikrofonposition verursacht einen großen Fehler. In dieser Großordnung ließ eine positionstreue Platzierung beim Austausch des Mikrofons trotz des ständigen Nachkontrollierens nicht sicherstellen. Hinzu kommt, dass es einige offensichtliche unplausible Stellen gab. Dies lässt sich möglicherweise auf den mit ZMM verbundene Nachteil zurückführen, dass ZMM kein aussagekräftiges Ergebnis an einige Frequenzen, wo sich die Druckknotenpunkte befinden, liefern kann.

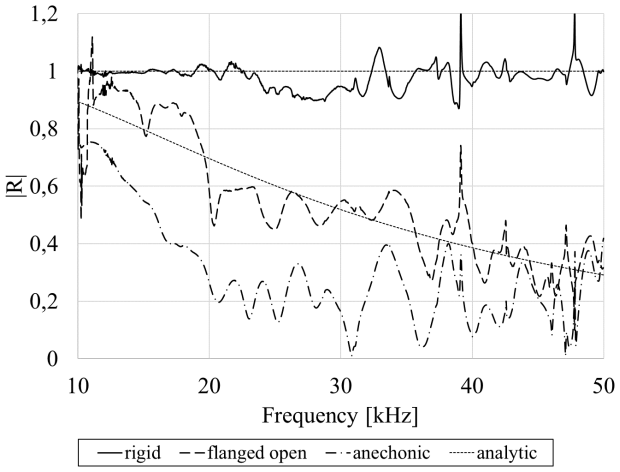

Abbildung 2: Reflexionsfaktor von einem schallharten Abschluss, einem geöffneten Abschluss, einem reflexionsarmen Abschluss und jeweiligen analytischen Lösungen.

Messobjekt: Miniatur-Resonator

Das Resonatormuster besteht aus einem gebohrten Zylinderkörper und einer durch Laser geschnittenen Schablone, deren Dicke und geschnittener Bereich jeweils die Hals-Länge und die Hals-Öffnung bilden. Die Schablone kann in verschiedenen Dimensionen geschnitten werden, damit sich der Einfluss der Öffnung messtechnisch untersuchen lässt. Im Zylinderkörper sind 19 gebohrten Löcher vorhanden. Durch die Anzahl der geschnittenen Öffnung an der Schablone können sowohl einzelne Resonatoren als auch das ganze Resonator-Array mit 19 Resonatoren getestet werden. Die geometrischen Parameter des Messobjekts sind in der Tabelle 1 zu finden.

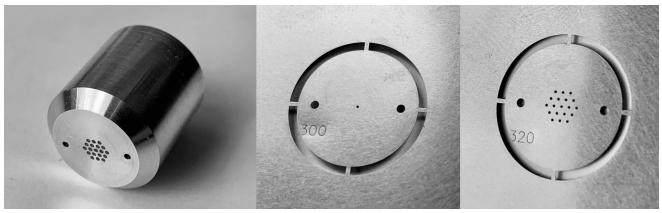

Abbildung 3: Resonator-Körper (links); Schablone mit einer Öffnung (mitte); Schablone mit 19 Öffnungen (rechts)

Messvorgang

Die Messproben wurden durch eine Sinus-Schallwelle im Frequenzbereich von 30 bis 40 kHz mit einer Schrittweite von 10 Hz bzw. von 10 bis 50 kHz mit Schrittweite von 50 Hz angeregt. Der absolute Schalldruck unmittelbar vor der Öffnung des Resonators wurde nicht ermittelt, denn der untersuchte Vorgang befindet sich noch im linearen Bereich. Deshalb sind die akustischen Eigenschaften unabhängig von der Anregungsamplitude [13]. Zur Sicherstellung der Linearität wurde das System mit verschiedenen Anregungsamplituden geprüft, wobei sich die Unabhängigkeit zur absoluten Amplitude bestätigte. Die Signalerfassung erfolgte mit 5 MS/s. Eine Signallänge von mindestens 10 Perioden wurde aufgenommen, weil das Sieben-Parameter-Fitting eine gute Konvergenz ab 6 Perioden zeigt [9]. Zusätzlich wurde die Lufttemperatur und der Atmosphärendruck ermittelt, um die Schallgeschwindigkeit im Rohr zu berechnen.

Tabelle 1: Geometrische Parameter des Messobjektes

Teile	Parameter [μm]	
	Durchmesser	Länge
Körper	$600\binom{+14}{-0}$	$1500\binom{+50}{-50}$
Hals	280-320$\binom{+4}{-4}$	$75\binom{+7,5}{-7,5}$

Resultate und Diskussion

Zur Vermessung kamen sowohl einzelne Resonatoren als auch das Resonator-Array (19x) mit verschiedenen Halsdurchmessern (zwei Sätze). Die Resonanzfrequenzen wurden durch die Bestimmung des Einbruches der gemessenen Reflexionskoeffizienten bestimmt. In Abbildung 4 sind die Werte gegeneinander dargestellt. Obwohl der relative Fehler bzgl. der Rechendaten ca. 7% (3 kHz) betrug, stimmten die Werte qualitativ sehr gut überein. Basierend auf der analytischen Lösung 3 wurde eine einfache Parameterstudie durchgeführt, um den Einfluss des Produktionsfehlers zu untersuchen. In Abbildung 5 ist die Resonanz in Abhängig von geometrischen Änderungen zu sehen. Die Fertigungstoleranz der wesentlichen Parameter und der entsprechende Einfluss ist mit gestrichener Linie markiert. Die meiste Abweichung zwischen den Messdaten und den Rechendaten lässt sich nicht einfach auf Fertigungsfehler zurückführen.

Außerdem wurden Abweichungen zwischen den einzelnen Resonatoren und dem Resonator-Array beobachtet, welche in Tabelle 2 dargestellt sind. Im Gegensatz zum einzelnen Resonator erhöhte sich die Resonanz vom Array leicht, was sich durch die Erhöhung der Verhältnisses der Öffnungen zu der gesamten Oberfläche und die entsprechende Verringerung des Korrekturterms erklären lässt. Während der Absorptionsfaktor nur moderat zunahm, zeigte der Q-Faktor einen eindeutigen Rückgang, was eine erhörte Dämpfung andeutet. Dies kann auf die Vermehrung der Öffnungen am Resonator-Array zurückgeführt werden, weil die Dämpfung des Systems im linearen Bereich hauptsächlich aus der viskosen Dämpfung an dem Hals stammt.

Zusammenfassung und Ausblick

Eine modifizierte ZMM zur Bestimmung des Reflexionsfaktors für den unteren Ultraschallbereich wurde umgesetzt. Dabei wurde das Resonatormuster mit monofrequenter Sinus-Anregung (Sweep) angeregt und das Signal durch das Sine-fitting rekonstruiert.

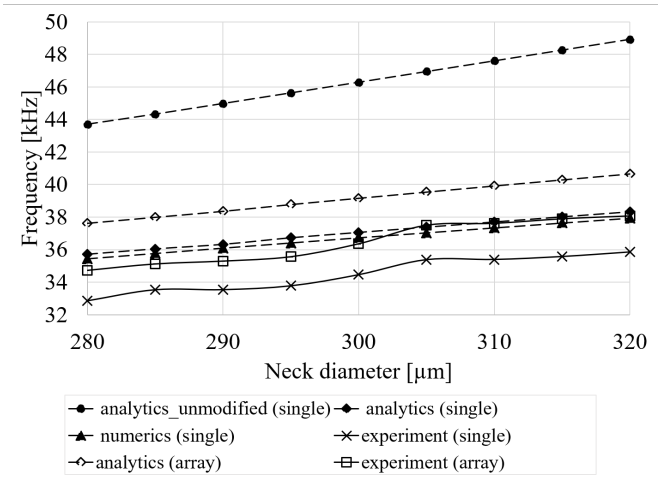

Abbildung 4: Resonanz von einzelnem Resonator und dem Resonator-Array (19x) in Abhängig vom Durchmesser der Öffnung.

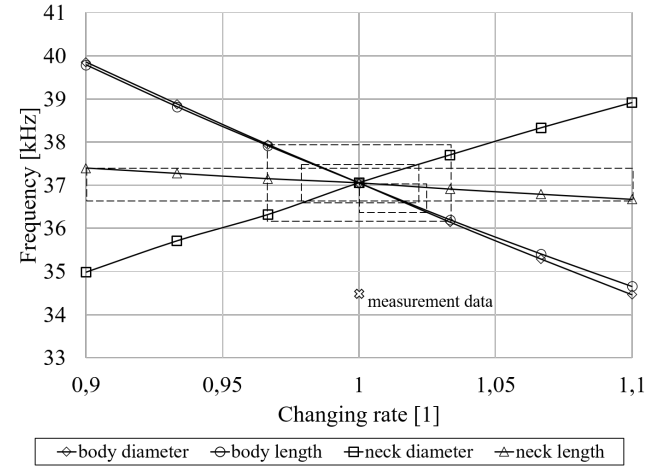

Abbildung 5: Parameterstudie basierend auf dem analytischen Model.

In einem ersten Schritt konnte die ausgelegte Resonanz des Resonatormusters messtechnisch erfasst werden. Dabei ließ sich die Gültigkeit der modifizierten Lösung bestätigen. Durch den Vergleich zwischen einem einzelnen Resonator und dem Resonator-Array kann man feststellen, dass der Einfluss durch die Vermehrung der Resonatoren nicht vernachlässigt werden darf.

Der Messfehler stammte möglicherweise aus der Kalibrierung und dem Nachteil der ZMM. Zum Erzielen eines präziseren Ergebnisses muss die Messvorrichtung modifiziert werden, damit eine genauere Kalibrierung der MEMS-Mikrofone ermöglicht wird. Außerdem muss die Anzahl der Messmikrofone weiter erhöht werden.

Tabelle 2: Vergleich zwischen einzelnen Resonator und Resonator-Array (19x)

Anordnung	Einzel Resonator	Resonator-Array
Resonanz [kHz]	34,5±1,2	36,5±1,8
Absorptionsgrad [1]	0,56±0	0,68±0
Q Faktor [-]	7,4±0,1	1,6±0,1

Literatur

[1] T. Merkel, J. Harpain, N. Gorenflo, and J. Stein, "Small-sized acoustic resonators for ultrasound in air," in *23rd International Congress on Acoustics (ICA 2019)*, no. 1, pp. 956–961, 2019.

[2] "ISO 10534-2:2001: Akustik - Bestimmung des Schallabsorptionsgrades und der Impedanz in Impedanzrohren Teil 2: Verfahren mit Übertragungsfunktion," *International Organization for Standardization*, 2001.

[3] U. Ingard, "On the Theory and Design of Acoustic Resonators," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 25, no. 6, pp. 1037–1061, 1953.

[4] R. L. Panton and J. M. Miller, "Resonant frequencies of cylindrical Helmholtz resonators," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 57, no. 6, pp. 1533–1535, 1975.

[5] J. Y. Chung and D. A. Blaser, "Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. I. Theory," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 68, no. 3, pp. 907–913, 1980.

[6] "IEEE standard for waveform recorders," *IEEE Std. 1057-2017*, pp. 52–58, 2007.

[7] M. Sedláček, "Digital Measurement of Phase Difference of LF Signals - a Comparison of DSP Algorithms," in *XVII IMEKO World Congress*, pp. 639–644, 2003.

[8] P. M. Ramos, F. da Silva, and A. C. Serra, "Improving sine-fitting algorithms for amplitude and phase measurements," in *XVII IMEKO World Congress*, no. 2, pp. 614–619, 2003.

[9] M. Sedláček, Miloš, Krumpholic, "Digital Measurment of Phase Difference - A Comparative Study of DSP Algorithms," *Metrology and Measurement Systems*, vol. 62, pp. 953–968, 2005.

[10] M. C. Peters, A. Hirschberg, A. J. Reijnen, and A. P. Wijnands, "Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low Mach and low Helmholtz numbers," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 256, no. 6, pp. 499–534, 1993.

[11] K. Myers, *Design of a Catenoidal Shaped Anechoic Termination*. PhD thesis, Western Michigan University, 2012.

[12] B. F. G. Katz, "Method to resolve microphone and sample location errors in the two-microphone duct measurement method," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 108, no. 5, pp. 2231–2237, 2000.

[13] A. Cummings, "High Amplitude Acoustic Transmission Through Duct Terminations: Theory," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 91, no. 4, pp. 503–518, 1983.