Einfluss der absorbierenden akustischen Leistung auf die Eigenschaften von Resonanzfrequenzen

Pascal Hahn[1], Stefanie Retka[2]

[1] Hochschule für angewandte Wissenschaften Würzburg-Schweinfurt, 97421 Schweinfurt, Deutschland, Email: pascal.hahn@fhws.de

[2] Hochschule für angewandte Wissenschaften Würzburg-Schweinfurt, 97421 Schweinfurt, Deutschland, Email: stefanie.retka@fhws.de

Einleitung

In diesem Beitrag geht es darum, einen funktionalen Zusammenhang zwischen der Schallleistung von absorbierenden Flächen und den Eigenschaften von Resonanzfrequenzen zu untersuchen. Hierfür wird die Schallleistung als komplexwertig angenommen, welche sich mit Hilfe der komplexwertigen Schallintensität herleiten lässt. Die Schallintensität kann als komplexwertig angenommen werden, wenn die Schallschnelle und der Schalldruck nicht in Phase sind [1]. Der Realteil der komplexwertigen Schallintensität ist ein Maß für den Energieverlust und der Imaginärteil ist ein Maß für den Transport von Energie durch das Schwingungs- und Oszillationsverhalten der Randflächen [2]. Im Rahmen dieser Veröffentlichung wird die komplexwertige Schallintensität mit der komplexwertigen Admittanz verknüpft. Als Modell wird ein 170 mm langes und 20 mm breites Rohr verwendet. Die numerische Berechnung der Schallausbreitung im Rohr findet mit Hilfe der Finiten Elemente Methode statt, die in Python, mit der Open-Source Bibliothek FEniCS [3], umgesetzt wird. Die Anregung erfolgt dabei am Rohreingang im Bereich von 2000 bis 2200 Hz, womit sich aufgrund der Abmaße des Rohrs eine ebene Wellenausbreitung in longitudinaler Richtung des Rohrs ergibt. Die Dämpfung erfolgt am Rohrende. Aufgezeichnet wird der Maximalwert des Drucks der Resonanzfrequenz am Rohrende, mit dem die absorbierte Schallleistung berechnet wird.

Methoden

Admittanz

Die Admittanz beschreibt den Zusammenhang zwischen dem Schalldruck $p(\boldsymbol{x},\omega)$ und der Normalenkomponente der Schallschnelle v_n an einem Rand Γ [4] und wird beschrieben mit

$$\mathrm{Y}(\boldsymbol{x},\omega) = \frac{v_n(\boldsymbol{x},\omega)}{p(\boldsymbol{x},\omega)}. \tag{1}$$

Die Schallschnelle kann dabei auch als Differenz angegeben werden, bestehend aus der Normalenkomponente der Fluidschnelle v_f und der Normalenkomponente der Strukturschnelle v_s[4]. Somit ergibt sich für die Admittanz Y

$$\mathrm{Y}(\boldsymbol{x},\omega) = \frac{v_f(\boldsymbol{x},\omega) - v_s(\boldsymbol{x},\omega)}{p(\boldsymbol{x},\omega)}. \tag{2}$$

Die Admittanz Y wird als komplexwertig betrachtet. Der Realteil $\Re\{\mathrm{Y}\}$ ist die Konduktanz der Randschicht und der Imaginärteil $\Im\{\mathrm{Y}\}$ die akustische Suszeptanz [5].

Schallleistung

Die Schallleistung P beschreibt die Leistung, die an einer Fläche $\Gamma(\boldsymbol{x})$ absorbiert, reflektiert oder emittiert wird [1]. Die Schallleistung P wird mit der Normalenkomponente der Schallintensität I_n berechnet, die über der Randfläche $\Gamma(\boldsymbol{x})$ integriert wird [6]:

$$P = \int_\Gamma I_n \mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}). \tag{3}$$

Die Normalenkomponente der Schallintensität I_n wird mit dem Produkt, bestehend aus dem Schalldruck $p(\boldsymbol{x},\omega)$ und der komplex konjugierten Schallschnelle $v_n(\boldsymbol{x},\omega)^*$, mit

$$I_n = \frac{1}{2} p(\boldsymbol{x},\omega) v_n(\boldsymbol{x},\omega)^* \tag{4}$$

berechnet. Solange, der Schalldruck und die Schallschnelle in Phase sind, kann von einer reellen Schallintensität ausgegangen werden [2]. Dies ist zum Beispiel der Fall, wenn die Schallwelle in einen offenen Halbraum abgestrahlt wird und diese sich wandernd ausbreitet [1]. Für den Fall, dass der Schalldruck und die Schallschnelle nicht in Phase sind, kann eine komplexe Schallintensität angenommen werden. Dabei ist der Realteil der komplexen Schallintensität ein Maß für den Energieverlust. Der Imaginärteil der komplexen Schallintensität beschreibt den Transport von Energie durch das Schwingungs- und Osszilationsverhalten von Randflächen [2]. Mit Hilfe der komplexen Admittanz Y kann die komplexe Schallleistung, mit dem Realteil $\Re\{I_n\}$

$$\Re\{I_n\} = \frac{1}{2}\Re\{\mathrm{Y}(\boldsymbol{x},\omega)\}|p(\boldsymbol{x},\omega)^2| \tag{5}$$

und dem Imaginärteil $\Im\{I_n\}$

$$\Im\{I_n\} = \frac{1}{2}\Im\{\mathrm{Y}(\boldsymbol{x},\omega)\}|p(\boldsymbol{x},\omega)^2| \tag{6}$$

ausgedrückt werden. Daraus ergibt sich eine komplexe Schallleistung mit

$$\begin{aligned} P = &\frac{1}{2}\int_\Gamma \Re\{\mathrm{Y}(\boldsymbol{x},\omega)\}|p(\boldsymbol{x},\omega)^2|\mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}) \\ &+ \mathrm{i}\frac{1}{2}\int_\Gamma \Im\{\mathrm{Y}(\boldsymbol{x},\omega)\}|p(\boldsymbol{x},\omega)^2|\mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}). \end{aligned} \tag{7}$$

Ein weiterer Punkt der untersucht wird ist der dimensionslose Faktor n_R, der das Verhältnis des Imaginärteils der Admittanz $\Im\{\mathrm{Y}\}$ mit dem Realteil $\Re\{\mathrm{Y}\}$, mit der Gleichung

$$n_R = \frac{\Im\{\mathrm{Y}\}}{\Re\{\mathrm{Y}\}} \quad \text{für } \Re\{\mathrm{Y}\}||\Im\{\mathrm{Y}\} \neq 0, \tag{8}$$

beschreibt.

Numerische Implementierung

Die Berechnung des Schalldrucks in einem geschlossenen Gebiet $\Omega(\boldsymbol{x})$ erfolgt der Helmholtz-Gleichung, die aus der Wellengleichung mit Hilfe des zeitharmonischen Ansatzes $\tilde{p}(\boldsymbol{x},t) = \Re\{\tilde{p}(\boldsymbol{x},\omega)e^{\mathrm{i}\omega t}\}$ hervorgeht [4]. Die Helmholtz-Gleichung wird beschrieben mit

$$(-\kappa^2 - \boldsymbol{\nabla}^2)p(\boldsymbol{x},\omega) = 0 \quad \text{in } \Omega(\boldsymbol{x}), \tag{9}$$

wobei es sich bei κ um die Wellenzahl und bei $\boldsymbol{\nabla}$ um den Nabla-Operator handelt. Für die Modellierung werden drei Randbedingungen verwendet. Die Anregung der Schallquelle (Index: $_\mathrm{Q}$) wird mit

$$\boldsymbol{\nabla}p \cdot \boldsymbol{n} = -\mathrm{i}\omega\rho_0 v_0 = \tilde{f_0} \quad \text{für } \Gamma_\mathrm{Q}(\boldsymbol{x}) \tag{10}$$

umgesetzt. Für absorbierende Flächen (Index: $_\mathrm{A}$) gilt die Admittanz-Randbedingung

$$\boldsymbol{\nabla}p \cdot \boldsymbol{n} = -\mathrm{i}p\kappa c\rho_0 \mathrm{Y_A} \quad \text{für } \Gamma_\mathrm{A}(\boldsymbol{x}) \tag{11}$$

und für die nicht absorbierenden Randflächen

$$\boldsymbol{\nabla}p \cdot \boldsymbol{n} = 0 \quad \text{für } \Gamma(\boldsymbol{x}). \tag{12}$$

Die schwache Formulierung der Helmholtz-Gleichung wird für die numerischen Berechnungen verwendet, bei der die Helmholtz-Gleichung mit der Testfunktion χ multipliziert, das Gausstheorem angewendet und über das Gebiet $\Omega(\boldsymbol{x})$ integriert wird [6]. Daraus ergibt sich das nachfolgende Differentialgleichungssystem mit

$$\begin{aligned} &-\kappa^2 \int_\Omega \chi p \mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{x}) + \int_\Omega \boldsymbol{\nabla}\chi \cdot \boldsymbol{\nabla}p \mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{x}) \\ &= -\int_{\Gamma_\mathrm{A}} \mathrm{i}\chi\kappa c\rho_0 \mathrm{Y_A} p \mathrm{d}\Gamma_\mathrm{A}(\boldsymbol{x}) + \int_{\Gamma_\mathrm{Q}} \mathrm{i}\chi\omega\rho_0 v_0 \mathrm{d}\Gamma_\mathrm{Q}(\boldsymbol{x}). \end{aligned} \tag{13}$$

Nach dem Einsetzen der Ansatzfunktionen erhält man die Helmholtz-Gleichung in Matrix-Schreibweise mit [6]

$$(-\kappa^2\mathbf{M} + \mathrm{i}\kappa\mathbf{D} + \mathbf{K})\mathbf{p} = \mathbf{f}. \tag{14}$$

Dabei ist $\mathbf{M}$ die Massenmatrix, $\mathbf{K}$ die Steifigkeitsmatrix, $\mathbf{D}$ die Dämpfungsmatrix, $\mathbf{f}$ der Vektor für die äußere Anregung und $\mathbf{p}$ der Vektor des gesuchten Drucks in jedem Knotenpunkt[4] des verwendeten Netzes.

Ergebnisse

Bei dem hier verwendeten Modell handelt es sich um ein 170 mm langes Rohr mit einem Durchmesser von 20 mm (Abbildung 1). Die anregende Frequenz f befindet sich in einem Bereich von 2000 bis 2200 Hz. Das Medium im Rohr ist Luft mit einer Schallgeschwindigkeit c von 340 m/s und einer Dichte ρ_0 von 1,225 kg/m^3. Die berechnete Wellenlänge befindet sich in einem Bereich von 155 bis 170 mm. Aufgrund des Verhältnisses von Wellenlänge und Rohrdurchmesser ergibt sich eine ebene Wellenabstrahlung in x-Richtung. Abbildung 2 zeigt den Verlauf des absoluten, quadratischen Drucks im Rohr für eine stehende Welle mit der Wellenlänge von 170 mm. Das Rohr hat drei unterschiedliche Zonen: Die erste Zone ist die Anregung bei $x = 0$ mm und wird mit Gleichung 10 beschrieben. Die zweite Zone ist die Mantelfläche des Rohrs, welche schallhart ist. Hier findet keine Absorption von Schallenergie statt. Am Rohrende, welches die dritte Zone ist, ($x = 170$ mm) wird eine Admittanzrandbedingung angenommen, um eine Absorption von Schall zu modellieren. Dabei werden für die Berechnungen drei Varianten betrachtet, die sich in den Werten für n_R, $\Im\{\mathrm{Y}\}$ und $\Re\{\mathrm{Y}\}$ unterscheiden. Für die erste Variante wird nur ein Realteil angenommen, womit sich $n_R = 0$ ergibt. Dabei reduziert sich $\Re\{\mathrm{Y}\}$ von $1/\rho_0 c$ auf $1/(200\rho_0 c)$. Bei der zweiten Variante wird sowohl der Realteil, als auch der Imaginärteil der Admittanz betrachtet. Diese stehen in einem konstanten Verhältnis $n_R = 1$ und es gilt $\Re\{\mathrm{Y}\} = \Im\{\mathrm{Y}\}$, wobei sich für beide der Wert von $1/\rho_0 c$ auf $1/(200\rho_0 c)$ reduziert. Bei der dritten Variante ist n_R nicht mehr konstant, da $\Im\{\mathrm{Y}\}$ mit $1/(10\rho_0 c)$ als konstant angenommen wird, aber $\Re\{\mathrm{Y}\}$ in einem Bereich von $1/\rho_0 c$ bis $1/(200\rho_0 c)$ variiert. Für die Berechnung der Ergebnisse wird der Maximalwert des Schalldrucks am Ende des Rohrs bei $x = 170$ mm aufgezeichnet, mit dem die absorbierte Schallleistung P am Rohrende berechnet wird.

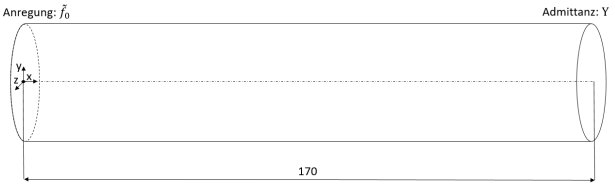

Abbildung 1: Modell des Rohrs mit den zugehörigen Randbedingungen für die numerische Modellierung: Die Anregung erfolgt entlang der kompletten Fläche am Rohreingang bei $x = 0$ mm. Die Dämpfung befindet sich am Rohrende bei $x = 170$ mm. An der Rohrmantelfläche wird der Schall totalreflektiert und es findet keine Absorption statt.

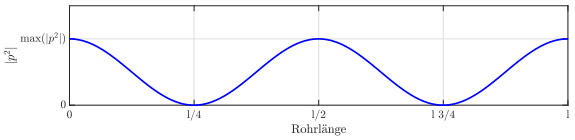

Abbildung 2: Verteilung des absoluten und quadratischen Drucks im Rohr im Fall einer stehenden Welle bei einer anregenden Frequenz von 2000 Hz: Die Druckknotenpunkte befinden sich $l/4$ und $l3/4$ und die Druckmaxima bei 0, $l/2$ und l.

Tabelle 1: Übersicht der unterschiedlichen Varianten mit den zugehörigen Werten für den Real- $\Re\{\mathrm{Y}\}$ und Imaginärteil $\Im\{\mathrm{Y}\}$ der Admittanz und dem Verhältnis n_R.

Variante	Admittanzparameter		
	$\Re\{\mathrm{Y}\}$	$\Im\{\mathrm{Y}\}$	n_R
V1	var.	0	0
V2	var.	var.	1
V3	var.	konst.	var.

Maximalwert der Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der absorbierten Leistung

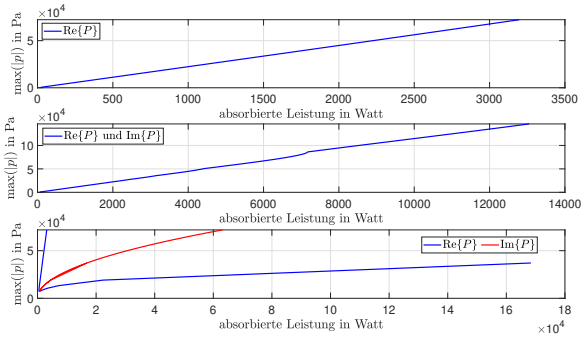

Abbildung 3: Maximalwert der Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der absorbierten Leistung: Die obere Grafik zeigt den Maximalwert der Resonanzfrequenz für V1, für den Fall $n_R = 0$, die mittlere für V2 und $n_R = 1$. Die untere Grafik zeigt den Verlauf des Maximalwerts der Resonanzfrequenz für V3.

Abbildung 3 zeigt den Maximalwert der ermittelten Resonanzfrequenzen in Abhängigkeit des Realteils der absorbierten Leistung für die Variante V1. Man erkennt einen linearen Anstieg von $|\max(p)|$ von 406,7 Pa bei $\Re\{P\} = 20,27$ Watt bis auf $7,244\ 10^4$ Pa bei $\Re\{P\} =$ 3198 Watt. Im Fall der zweiten Variante V2 (Abbildung 3) ist ebenfalls ein linearer Anstieg von $|\max(p)|$ in Abhängigkeit von $\Re\{P\}$ und $\Im\{P\}$ zu erkennen. Unterschiede zu V1 treten bei 7175 Watt auf. Hier kommt es zu einem sprunghaften Anstieg um 1,8 % von $|\max(p)|$ von $8,472 \cdot 10^4$ auf $8,623 \cdot 10^4$ Pa. Ab 7175 Watt verläuft $|\max(p)|$ linear. Die Steigung der Geraden, vor und nach dem sprunghaften Anstieg von $|\max(p)|$ bei 7175 Watt, bleibt identisch. Im Gegensatz zu V1 und V2 ist ein linearer Verlauf von $|\max(p)|$ in Abhängigkeit von $\Re\{P\}$ für V3 nicht erkennbar. Der Verlauf kann dabei in zwei Abschnitte eingeteilt werden. Der erste Abschnitt befindet sich im Bereich von 587,7 Watt und endet bei 3098 Watt. Hier kommt es zu einem starken Anstieg von $|\max(p)|$ von 7065 Pa auf $7,18 \cdot 10^4$ Pa. Der zweite Abschnitt beginnt bei 587,7 Watt mit $|\max(p)| = 7065$ Pa und endet bei $1,684 \cdot 10^5$ Watt mit $3,707 \cdot 10^4$ Pa. Dabei steigt $|\max(p)|$ im Bereich von 587,7 Watt bis auf $2,237 \cdot 10^4$ Watt an. Danach ist der Verlauf wieder annähernd linear. Der Verlauf von $|\max(p)|$ in Abhängigkeit von $\Im\{P\}$ lässt sich ebenfalls in zwei Abschnitte unterteilen. Zuerst fällt der Verlauf nicht linear von ungefähr $3,6 \cdot 10^4$ Pa bei einer Leistung $\Im\{P\}$ von ca. $1,7 \cdot 10^4$ Watt auf ca. 7500 Pa bei $\Im\{P\} = 650,1$ Watt ab. Danach steigt $|\max(p)|$ zunächst nicht linear an und nähert sich ab einem Wert von $\Im\{P\} = 2,1 \cdot 10^4$ Watt einer Geraden an.

Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der absorbierten Leistung

Eine weitere Fragestellung befasst sich mit der Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der absorbierten Schallleistung. Die obere Grafik von Abbildung 4 zeigt die Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von $\Re\{P\}$ für V1. Die Resonanzfrequenz nimmt mit steigender absorbierter Leistung ab.

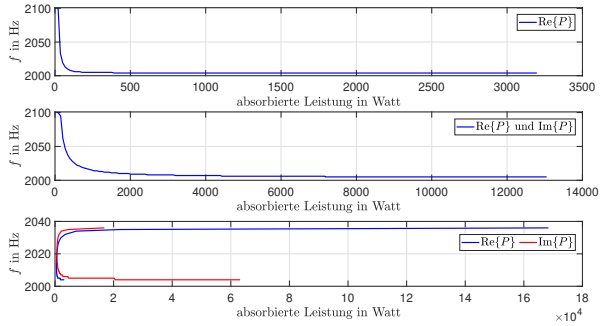

Abbildung 4: Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der absorbierten Leistung: Die obere Grafik zeigt die Resonanzfrequenz für V1, für den Fall $n_R = 0$, die mittlere für V2 und $n_R = 1$. Die untere Grafik zeigt den Verlauf der Resonanzfrequenz für V3.

Dabei fällt die Resonanzfrequenz innerhalb des Bereichs von 20,27 bis 148 Watt von 2101 Hz auf 2006 Hz ab. Danach nähert sich diese, ab einer absorbierten Leistung 1000 Watt, dem Wert 2004 Hz an. Einen ähnlichen Verlauf hat die Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von $\Re\{P\}$ und $\Im\{P\}$ für V2 in der mittleren Grafik von Abbildung 4. Dabei nimmt die Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Leistung ab und nähert sich ab 2500 Watt einen konstanten Wert von 2005 Hz an. Anders als V1 ist die Übergangsphase, von der steilen Abnahme der Resonanzfrequenz und dem konstanten Bereich, bei V2 größer als bei V1. Diese Übergangsphase liegt im Bereich von 147,5 Watt bis 2000 Watt. Für V3 ist der Verlauf in Abhängigkeit von $\Re\{P\}$, dargestellt in der unteren Grafik von Abbildung 4, unterschiedlich zu V1 und V2. Dabei kann man wie im Fall des Maximalwerts der Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der absorbierten Leistung den Verlauf in drei Abschnitte einteilen. Im ersten Abschnitt sinkt die Frequenz von 2006 (für $\Re\{P\} = 701$ Watt) auf 2004 Hz (für $\Re\{P\} = 2000$) Watt. Im zweiten Abschnitt steigt die Resonanzfrequenz, in dem Bereich von 694 Watt bis 1409 Watt, von 2007 Hz auf 2028 Hz an. Ab einer absorbierten Schallleistung von 7260 Watt nähert sich die Resonanzfrequenz im dritten Abschnitt dem Wert 2036 Hz an. Die Resonanzfrequenz f in Abhängigkeit von $\Im\{P\}$ ist nahezu parallel zu dem Verlauf von f in Abhängigkeit von $\Re\{P\}$. Erkennbare Unterschiede zu dem Verlauf der Resonanzfrequenz f in Abhängigkeit von $\Re\{P\}$ treten im Bereich von 500 Watt bis $1,7 \cdot 10^4$ Watt für $\Im\{P\}$ auf, wobei hier die Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von $\Im\{P\}$ größer ist als in Abhängigkeit von $\Re\{P\}$.

Diskussion

Funktionaler Zusammenhang

Die Ergebnisse zeigen für den Fall, dass ausschließlich eine real absorbierte Schallleistung auftritt (V1), ein linearer Zusammenhang von $|\max(p)|$ und $\Re\{P\}$ erkennbar ist. Die funktionale Form ist dabei eine Geraden mit konstanter Steigung. Für den Fall, dass auch ein Imaginärteil der absorbierten Schallleistung $\Im\{P\}$ angenommen wird lassen sich zwei Beobachtungen treffen. Für ein konstantes Verhältnis n_R, zwischen $\Re\{P\}$ und

$\Im\{P\}$, kann ein annähernd linearer Verlauf von $|\max(p)|$ in Abhängigkeit von $\Re\{P\}$ und $\Im\{P\}$ betrachtet werden. Jedoch kommt es zu einem Sprung von $|\max(p)|$, welcher sich auf die Steigung der Geraden nicht auswirkt. Dieser Sprung kann auf numerische Ungenauigkeiten zurückzuführen sein. Für den Fall, dass n_R nicht konstant ist, ist kein linearer Zusammenhang erkennbar. Dies zeigen die Ergebnisse für V3. Sowohl für $|\max(p)|$, als auch für die Resonanzfrequenz ist kein funktionaler Zusammenhang beschreibbar. Man erkennt anhand von Tabelle 2, dass $|\max(p)|$ mit abnehmender Admittanz des Realteils sinkt bis $\Re\{\mathrm{Y}\} = \Im\{\mathrm{Y}\} = 1/(10\rho_0 c)$. Danach steigt $|\max(p)|$ wieder an. Dies gilt auch für den Realteil der absorbierten Schallleistung $\Re\{P\}$, welcher zunächst mit sinkender Admittanz abnimmt, aber ab einem Wert von $\Re\{\mathrm{Y}\} = 1/(20\rho_0 c)$ wieder zunimmt. Die Frequenz f sinkt für eine abnehmende Admittanz $\Re\{\mathrm{Y}\}$. Betrachtet man dies im Zusammenhang mit den Ergebnissen von Abbildung 3 so erkennt man für V3, dass ein linearer Zusammenhang zwischen $\Re\{P\}$ und $|\max(p)|$ ab den Fall eintritt, dass $n_R > 1$ ist. Dies trifft auch für den Verlauf von $|\max(p)|$ in Abhängigkeit von $\Im\{P\}$ zu.

Tabelle 2: Auflistung der Admittanz $\Re\{\mathrm{Y}\}$, des Maximaldrucks $|\max(p)|$, der Leistung $\Re\{P\}$ und der Resonanzfrequenz f.

$\Re\{\mathrm{Y}\}$	$\lvert\max(p)\rvert$	$\Re\{P\}$	f
in $1/\rho_0 c$	in 10^4 Pa	in 10^5 Watt	in Hz
1	3,7068	1,6838	2036
1/5	0,9168	0,0206	2030
1/10	0,7313	0,0066	2021
1/20	0,9133	0,0051	2011
1/50	1,8938	0,0088	2006
1/100	3,6558	0,0164	2005
1/150	5,4149	0,0240	2004
1/200	7,1798	0,0316	2004

Grenzen des funktionalen Zusammenhangs

Ebenfalls im Fokus steht, ab welchem Wert für die Admittanz ein funktionaler Zusammenhang zwischen absorbierter Leistung und Resonanzfrequenzen erkennbar ist. Für den Fall, dass die Admittanz sehr hoch ist, erhält man ein stark gedämpftes System. Dies hat zur Folge, dass die Welle nicht mehr stehend ist, sondern sich wandernd ausbreitet. Somit ist das Druckfeld dann nicht mehr örtlich konstant. Dies erschwert eine Berechnung der Schallleistung. Zu einem ähnlichen Ergebnis kommt man, wenn die Admittanz sehr niedrig ist, sodass sich $|\max(p)|$ nicht mehr ändert, wenn die Admittanz verringert wird. In diesem Fall nehmen die absorbierenden Randschichten kaum noch Energie auf und die Randschichten sind annähernd schallhart.

Ausblick

Dieser Beitrag hat gezeigt, dass unter zwei Bedingungen ein funktionaler Zusammenhang zwischen der absorbierten Schallleistung einer Randschicht und der Resonanzfrequenz in einem System für die hier vorgestellten Beispiele V1 und V2 möglich ist. Dabei ergibt sich für den maximalen Wert der Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Schallleistung ein funktionaler Zusammenhang, in Form einer Geraden, unter der Bedingung, dass der Real- und Imaginärteil in einem konstanten Verhältnis zueinanderstehen. Diese Bedingung gilt auch für die Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Schallleistung. Eine weitere Bedingung ist, dass das System nicht überdämpft ist und die Druckverteilung örtlich konstant ist.

Literatur

[1] F. J. Fahy: Sound Intensity. E and FN Spon, London, 1995

[2] W. Duan, R. Kirby, J. Prisutova and K. Horoshenkov: Measurement of complex acoustic intensity in an acoustic waveguide. The Journal of the Acoustical Society of America 134 (2013), 3674-3685

[3] A. Logg, G. Wells and K.-A. Mardal: Automated solution of differential equations by the finite element method. The FEniCS book. Springer, 2011

[4] S. Marburg and B. Nolte: Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids - Finite and Boundary Element Methods. Springer, 2008

[5] R. Anderssohn and S. Marburg: Nonlinear approach to approximate acoustic boundary admittance in cavities. Journal of Computational Acoustics 15 (2007), 63-79

[6] M. Kaltenbacher: Computational Acoustics. Springer International Publishing, CISM International Centre for Mechanical Sciences, 2017