Frequenzbasierte Realisierung von räumlichen CFAR-Verfahren zur Detektion von Zielobjekten

Alexej Namenas, Gerhard Schmidt

Digitale Signalverarbeitung und Systemtheorie, CAU zu Kiel, E-Mail: {aln, gus}@tf.uni-kiel.de

Kurzfassung

Räumliche CFAR-Verfahren (engl.: *Constant False Alarm Rate*), wie beispielsweise OS-CFAR (engl.: *Ordered Statistic*), können in echtzeitfähigen SONAR-Systemen die Performance limitieren. Aufgrund der Sortierung, die zur Schätzung der Schwellenwerte durchgeführt werden muss, entsteht ein hoher Rechenaufwand, welcher von der Länge der zu sortierenden *training-cell*-Vektoren und der gesamten Anzahl der Vektor- bzw. Matrixelemente abhängt. Durch eine Erweiterung, die nutzt, dass der *training-cell*-Vektor nur einmal vollständig sortiert werden muss, kann der Aufwand reduziert werden. Die Sortierproblematik bleibt aber bestehen und führt je nach Vektor- bzw. Matrixbeschaffenheit zu einem variierenden Rechenaufwand. Durch geschickte Annahmen kann auf die Sortierung verzichtet und zu linearen Filterungen übergegangen werden. Hierbei lassen sich einige Rechenschritte im Frequenzbereich ausführen, was eine erhebliche Reduzierung des Rechenaufwands bewirkt. In dieser Arbeit wird ein frequenzbasiertes Verfahren vorgestellt und mit dem OS-CFAR-Verfahren verglichen. Dieser Vergleich geschieht auf Basis der berechneten Schwellenwerte und der detektierten Zielobjekte. Ebenso wird die erreichte Detektionsleistung in Verbindung mit der verringerten Rechenleistung betrachtet.

Klassisches OS-CFAR

Ein klassisches OS-CFAR-Verfahren, wie es zum ersten Mal von H. Rohling [1] vorgestellt wurde, lässt sich grob in zwei Schritte unterteilen. Im ersten Schritt wird anhand des Eingangs, einem Vektor oder einer Matrix, ein äquivalenter Schwellenwertvektor oder äquivalente Schwellenwertmatrix berechnet. Im zweiten Schritt werden die Eingangselemente mit den Schwellenwerten verglichen und ein binärer Ausgang erzeugt. Dort, wo das Eingangselement oder mehrere zusammenhängende Elemente größer als die Schwellenwerte sind, liegt höchstwahrscheinlich ein Zielobjekt vor.
Zur Schätzung der Schwellenwerte werden *training-cell*-Vektoren $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{N_\mathrm{T}}$ mit $N_\mathrm{T} \in \mathbb{N}_{>1}$ definiert. In Abbildung 1 ist eine Matrix schematisch dargestellt, dort lassen sich drei farblich hervorgehobene Bereiche erkennen. Für die grün markierte Zelle soll der Schwellenwert berechnet werden, diese Zelle wird auch *cell under test* genannt. Um die Zelle wird ein Sicherheitsbereich aus *guard cells* errichtet, hier grau hinterlegt, d.h. in beiden Dimensionen, links, rechts, oben und unten von der grünen Zelle. Damit soll der Einfluss der Zelle und deren unmittelbaren Umgebung auf die Schätzung reduziert werden. Im Anschluss an die *guard cells* folgen direkt die *training cells*, hier blau hinterlegt. Damit lassen sich für eine *cell under test* vier Schätzwerte ausrechnen, jeweils zwei pro Dimension.

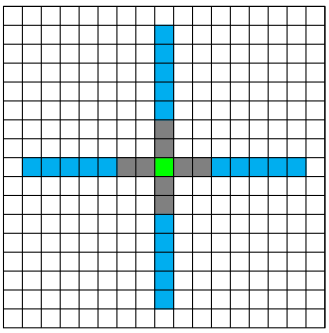

Abbildung 1: Schematische Darstellung einer zweidimensionalen Eingangsmatrix.

Dazu werden die Vektorelemente aufsteigend sortiert und das gewünschte Element aus dem sortierten Vektor ausgewählt. Für die Auswahl lässt sich ein Parameter namens *rank-order parameter* k zwischen 1 und N_T definieren. Dieser legt fest, welches Element entnommen wird. Bei einem sortierten *training-cell*-Vektor $\boldsymbol{x}$ der Länge $N_\mathrm{T} = 20$ und $k = 16$ wird das fünft-größte Element ausgewählt. Mit Hilfe der deskriptiven Statistik lässt sich der *rank-order parameter* k auch als p-Quantil interpretieren. In diesem Fall ist das p-Quantil $p = 0,8$ und das ausgewählte Element $x_p \in \{x_0, x_1, ..., x_{N_\mathrm{T}-1}\}$, siehe Abbildung 2. Diese Erkenntnis wird bei der Beschreibung des frequenzbasierten Verfahrens hilfreich sein.
Die hier durchgeführte Sortierung findet pro Zelle vier Mal statt. Bei einer $M \times N$ Eingangsmatrix muss die Sortierung $4 \cdot M \cdot N$ Mal durchgeführt werden. Der zeitliche Sortieraufwand steigt mit der Matrixgröße und kann in einem echzeitfähigen System limitierende Ausmaße erreichen. Ein aktives SONAR-System, das einen Winkelbereich von 160° und eine maximale Entfernung von 50 m überwacht, enthält, bei einer Winkelauflösung von 1° und einer Entfernungsauflösung von 1 m, 16261 Matrixelemente, was wiederum 65044 Sortierungen bedeutet. Da die Schwellenwertschätzung sukzessive durchgeführt wird, zum Beispiel von links nach rechts, müssen die neuen *training-cell*-Vektoren nicht neu sortiert werden. Rückt eine *cell under test* um ein Element nach rechts, so muss aus dem alten *training-cell*-Vektor ein Element entfernt, ein neues hinzugefügt und an die richtige Stelle verschoben werden. D.h. pro Zeile bzw. Spalte einer Matrix muss zwei Mal eine vollständige Sortierung durchgeführt werden. Damit reduziert sich die Anzahl der Sortierungen von $4 \cdot M \cdot N$ auf $2 \cdot (M + N)$, was in dem oberen

Beispiel 524 Sortierungen statt 65044 bedeuten würde. Die ausgewählten Elemente x_p werden miteinander verglichen, das größte Element ausgewählt und mit einem vordefinierten Faktor gewichtet als Schwellenwert gespeichert.

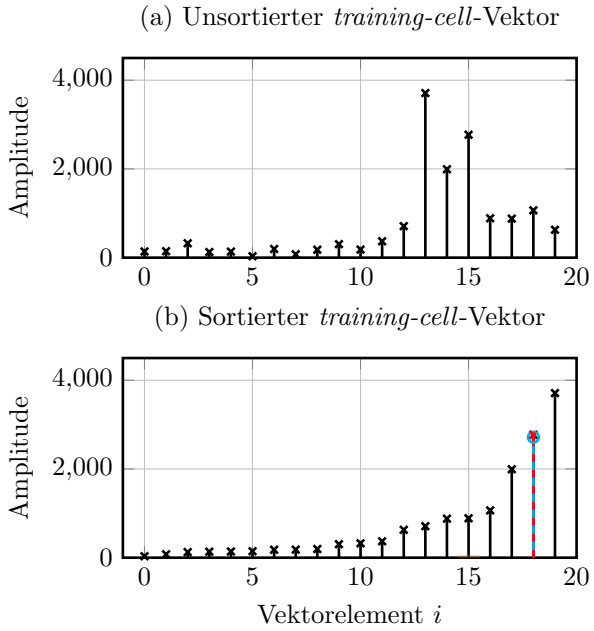

Abbildung 2: Dargestellt ist ein unsortierter (a) und sortierter (b) *training-cell*-Vektor $\boldsymbol{x}$ der Länge $N_\mathrm{T} = 20$. Das Vektorelement x_p aus der sortierten Liste wird für die Schwellenwertberechnung ausgewählt, hier rot markiert. Zum Vergleich wurde an die gleiche Stelle das mit dem frequenzbasierten Verfahren geschätzte Element eingezeichnet, hier blau markiert.

Frequenzbasiertes Verfahren

Der Grundgedanke hinter dem frequenzbasierten Verfahren ist die Schätzung des Schwellenwertes x_p mit Hilfe der deskriptiven Statistik. Der Schwellenwert ist das p-te Quantil des *training-cell*-Vektors $\boldsymbol{x}$. Wird Normalverteilung angenommen, so gilt für das Quantil $p = 0,95$ die Schätzung $x_p = \mu + 2 \cdot \sigma$. Mit anderen Worten lässt sich der Schwellenwert anhand des Erwartungswertes μ und der Varianz σ^2 des *training-cell*-Vektors schätzen. Es sind somit zwei Schritte erforderlich, es müssen für jede *cell under test* Erwartungswerte und Varianzen berechnet werden. Für jede i-te Zeile $\mathbf{X}_i$ bzw. j-te Spalte $\mathbf{X}^j$ der Eingangsmatrix lässt sich ein Erwartungswert-Tupel $\boldsymbol{x}_\mathrm{Erw}$ berechnen:

$$\boldsymbol{x}_\mathrm{Erw} = \mathbf{X}_i \circledast \boldsymbol{w} \cdot {}^1\!/_{N_\mathrm{T}}. \tag{1}$$

Dazu wird jede Zeile bzw. Spalte der Eingangsmatrix mit einem Fenster $\boldsymbol{w} = (w_i) \in \{0,1\}^{1\times N}$, $\sum_{i=0}^{N-1} w_i = N_\mathrm{T}$ und $N_\mathrm{T} < N$ zyklisch gefaltet. Die Position der Einsen im Fenster hängt von der Anzahl der *guard cells* ab. Bei $N_\mathrm{T} = 5$, $N_\mathrm{G} = 2$ und der Gesamtlänge $N = 17$ würde das Fenster, wie in Abbildung 3 dargestellt, aussehen.
Bei der Berechnung der Varianz sind mehr Schritte erforderlich. Die allgemeine Formel für die Schätzung der Varianz lautet:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} \left(x_i - \mu\right)^2, \tag{2}$$

$$= \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} x_i^2 - \frac{N}{N-1}\mu^2. \tag{3}$$

Somit lässt sich die Varianz durch Berechnung der Summanden aus der Gleichung (3) schätzen. Für jede i-te Zeile $\mathbf{X}_i$ bzw. j-te Spalte $\mathbf{X}^j$ lässt sich ein Varianzen-Tupel $\boldsymbol{x}_\mathrm{Var}$ berechnen:

$$\boldsymbol{x}_\mathrm{Var} = {}^1\!/_{N_\mathrm{T}-1} \left(\mathbf{X}_i^2 \circledast \boldsymbol{w} - N_\mathrm{T} \cdot \boldsymbol{x}_\mathrm{Erw}^2\right). \tag{4}$$

Um die zyklische Faltung zu beschleunigen, wird diese im Frequenzbereich durchgeführt. D.h. für eine $M \times N$ Eingangsmatrix müssen alle Matrixelemente einmal quadriert und $2 \cdot M \cdot N$ mal eine FFT/IFFT berechnet werden. An dieser Stelle ist zu beachten, dass die FFT-Länge der Vektoren einer Zweierpotenz entsprechen muss. Um diesen Umstand zu gewährleisten, müssen entweder die Dimensionen der Eingangsmatrizen diese Eigenschaft erfüllen, was selten der Fall ist, oder es muss die Eingangsmatrix künstlich auf die richtige Dimension durch zyklisches Wiederholen der Matrixelemente gebracht werden. Genauso wie beim OS-CFAR-Verfahren entstehen auch beim frequenzbasierten Verfahren pro *cell under test* vier Schätzwerte. Berechnet werden jedoch nur zwei Schätzungen, also jeweils eine pro Dimension der Matrix. Durch zyklische Verschiebung der Elemente der beiden Schwellenwertmatrizen, werden die fehlenden Schwellenwerte erzeugt. Die restlichen Schritte gestalten sich wie beim OS-CFAR-Verfahren.

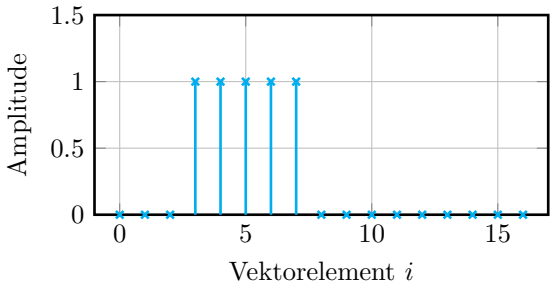

Abbildung 3: Dargestellt ist das Fenster $\boldsymbol{w}$ der Länge $N = 17$, Anzahl der *training cells* beträgt $N_\mathrm{T} = 5$ und der *guard cells* $N_\mathrm{G} = 2$.

Evaluierung

Um das frequenzbasierte Verfahren mit dem OS-CFAR-Verfahren vergleichen zu können, werden mehrere Kennzahlen definiert. Dazu wird eine SONAR-Messung bestehend aus 50 Pings ausgewertet. Bei der Messung handelt es sich um ein Szenario, in dem eine Glaskugel als Zielobjekt von dem SONAR-Array wegbewegt wird. Das in Abbildung 4 beispielhaft dargestellte SONAR-Bild eines Pings wird als eine von mehreren Eingangsmatrizen X verwendet. Nach der Schwellenwertberechnung entstehen jeweils 50 Ausgangsmatrizen Y pro Verfahren. Anschließend werden durch Schwellenwertvergleich

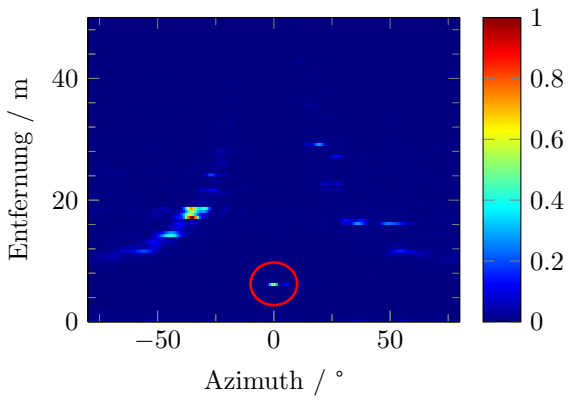

Abbildung 4: Dargestellt ist das SONAR-Bild mit einer Entfernung von 50 m und einem Winkelbereich von 160°. Die Auflösung in der Entfernung beträgt 1 m, die Winkelauflösung 1°. Rot-umrandet ist das bewegte Zielobjekt gekennzeichnet. Links und rechts von der Null-Grad-Richtung sind Reflexionen an den Wänden zu sehen.

binäre Matrizen erzeugt. Diese dienen später der Bestimmung von Zielobjekten, siehe Abbildung 5.

$$\hat{y} = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} y_{ij}, \tag{5}$$

$$e_{\mathrm{RE},k} = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{|y_{\mathrm{Freq},ij} - y_{\mathrm{OS},ij}|}{y_{\mathrm{OS},ij}}, \tag{6}$$

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{M \cdot N - 1} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \left(y_{ij} - \hat{y}\right)^2, \tag{7}$$

$$\sigma_{\mathrm{RE},k}^2 = \frac{\sigma_{\mathrm{Freq},k}^2 - \sigma_{\mathrm{OS},k}^2}{\sigma_{\mathrm{OS},k}^2}. \tag{8}$$

Die in der Gleichung (6) definierte Kennzahl $e_{\mathrm{RE},k}$ gibt die mittlere relative Abweichung der Schwellenwerte des frequenzbasierten Verfahrens bezogen auf die Schwellenwerte des OS-CFAR-Verfahrens jeweils pro Schwellenwertmatrix an. Die zweite Kennzahl $\sigma_{\mathrm{RE},k}^2$ dient dem Vergleich der Varianzen σ_k^2 der Schwellenwertmatrizen, siehe Gleichung (8). Dazu werden für beide Verfahren pro Ausgangsmatrix Varianzen σ_k^2 bestimmt, siehe Gleichung (7). Anschließend werden relative Abweichungen $\sigma_{\mathrm{RE},k}^2$ ermittelt, siehe Gleichung (8).
Durch die Auswertung der Ausgangsmatrizen hat sich herausgestellt, dass die beiden Kennzahlen $e_{\mathrm{RE},k}$ und $\sigma_{\mathrm{RE},k}^2$ einer geringen Schwankung unterworfen sind, was wiederum eine Mittelung der Kennzahlen über alle Pings $P \in \mathbb{N}_{>1}$ rechtfertigt, siehe Gleichungen (9) und (10):

$$e_{\mathrm{MRE}} = \frac{1}{P} \sum_{k=0}^{P-1} e_{\mathrm{RE},k}, \tag{9}$$

$$\sigma_{\mathrm{MRE}}^2 = \frac{1}{P} \sum_{k=0}^{P-1} \sigma_{\mathrm{RE},k}^2. \tag{10}$$

Da die Schwellenwertmatrizen zur Bestimmung von Zielobjekten verwendet werden, wurde im Rahmen des Vergleichs die Anzahl von generierten Kontakten evaluiert,

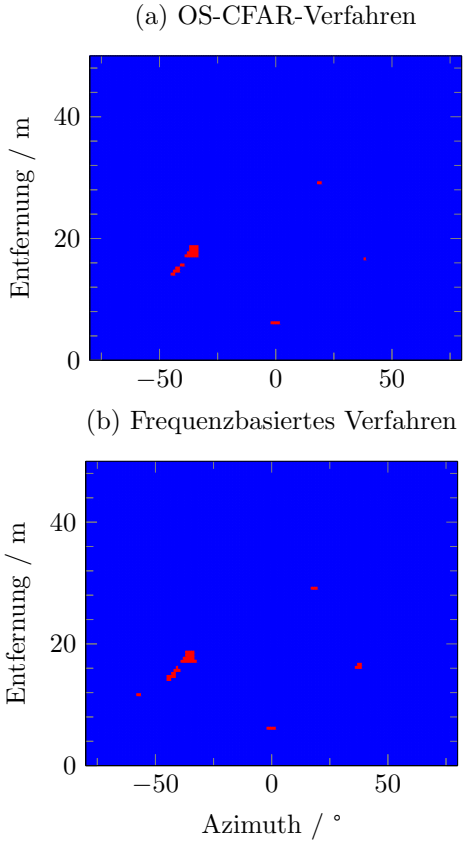

Abbildung 5: Dargestellt sind die Detektionsergebnisse auf Basis der beiden Schätzverfahren. Rot sind Bereiche mit potenziellen Zielobjekten markiert.

siehe Abbildung 8. Anschließend wurden Verarbeitungszeiten t_{OS} und t_{Freq} der beiden Verfahren ermittelt.

Diskussion und Ausblick

Bei der Beschreibung des frequenzbasierten Vefahrens wurde angenommen, dass die *training-cell*-Vektoren $\boldsymbol{x}$ normalverteilt sind, um eine Erwartungswert- und Varianzschätzung durchführen zu können. In Abbildung 6 ist die geschätzte Dichte der Elemente der Eingangsmatrizen dargestellt. Um welche Verteilung es sich konkret handelt, wurde nicht untersucht. Es könnte sich aber um eine rechtsseitige Normalverteilung handeln. Da die An-

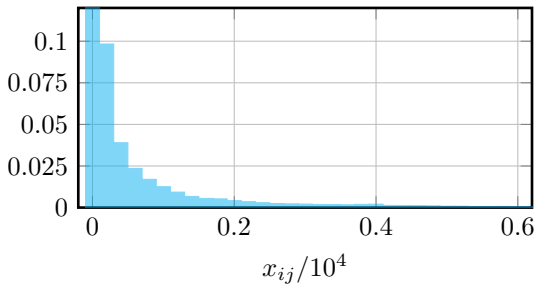

Abbildung 6: Dargestellt ist die Wahrscheinlichkeitsdichte der Elemente der Eingangsmatrizen für alle Pings. Für bessere Darstellung wird der erste Balken um die Null nicht vollständig dargestellt, er besitzt eine Wahrscheinlichkeit von 0,724.

nahme hier nicht ganz zutrifft, führt es dazu, dass die Schätzungen der p-Quantile x_p einen systematischen Fehler aufweisen. Mit anderen Worten, der Schätzwert fällt kleiner aus, als beim klassischen Verfahren. Die mittlere relative Abweichung der Schwellenwerte liegt bei $e_{\mathrm{MRE}} = -22,275\ \%$ und die mittlere relative Abweichung der Varianzen liegt bei $\sigma^2_{\mathrm{MRE}} = -29,144\ \%$.

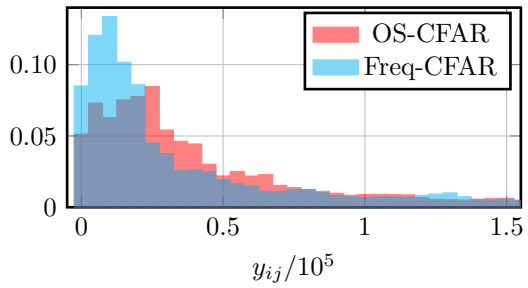

Abbildung 7: Dargestellt sind die Wahrscheinlichkeitsdichten der Schwellenwerte für alle Pings.

In Abbildung 7 sind die Verteilungen der Schwellenwerte dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die mit dem OS-CFAR-Verfahren ermittelten Werte größer ausfallen, als die Schwellenwerte des frequenzbasierten Verfahrens. Das führt wiederum dazu, dass beim Letzteren mehr Zielobjekte detektiert werden, siehe Abbildung 8.

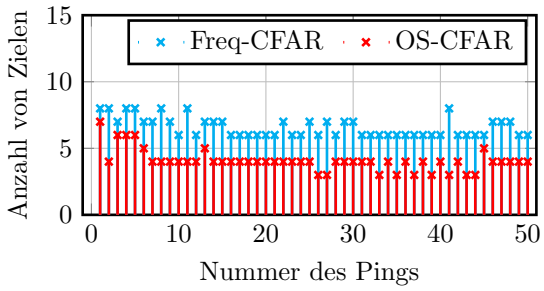

Abbildung 8: Dargestellt sind die Detektionsergebnisse auf Basis der unterschiedlichen Schwellenwertschätzungen. Der Graph zeigt die Anzahl der identifizierten Zielobjekte.

Der systematische Fehler lässt sich korrigieren, indem der Faktor α in der Schätzung $x_p = \mu + \alpha \cdot \sigma$ variiert wird. Theoretisch kann der Zusammenhang zwischen α und dem *rank-order parameter* k näherungsweise empirisch herausgefunden werden, wenn es darum gehen würde die Abweichung zwischen den Verfahren zu reduzieren. Viel wichtiger ist jedoch nicht die Übereinstimmung der geschätzten Schwellenwerte, sondern der angestrebte Verarbeitungszeitgewinn. In Abbildung 9 ist die Verarbeitungszeit für beide Verfahren pro Ping dargestellt. Die zeitliche Performance des OS-CFAR-Verfahrens ist von der Beschaffenheit der Eingangsmatrix abhängig, Schwankungen in der Verarbeitungszeit wurden dementsprechend prognostiziert und sind in der Abbildung zu beobachten. Die mittlere Verarbeitungszeit beträgt beim OS-CFAR $t_{\mathrm{OS,mean}} = 6,732$ ms und beim Freq-CFAR $t_{\mathrm{Freq,mean}} = 0,739$ ms. Das Verarbeitungszeitverhältnis $t_{\mathrm{OS}}/t_{\mathrm{Freq}}$ schwankt zwischen $4,723$ und $17,53$. Das Verhältnis der mittleren Verarbeitungszeit $t_{\mathrm{OS,mean}}/t_{\mathrm{Freq,mean}}$ beträgt $9,114$. Zusätzlich zu einer verkürzten Verarbeitungszeit, läuft die Verarbeitung mit einer sehr stabilen zeitlichen Performance, da nicht mehr von der Beschaffenheit der Eingangsmatrix abhängig.

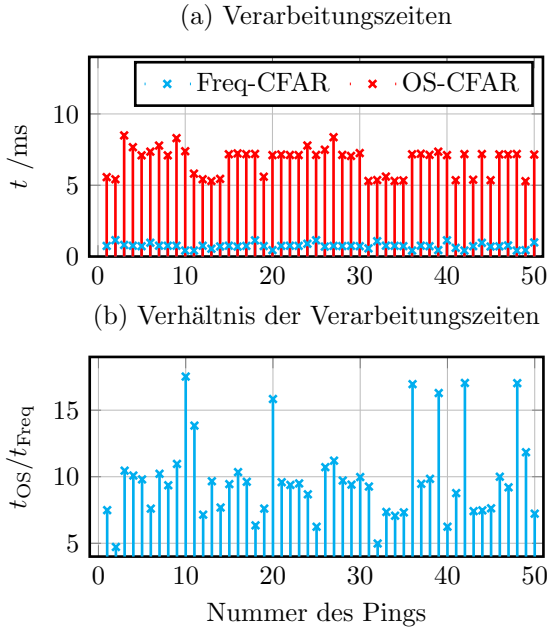

Abbildung 9: In dem oberen Graphen (a) sind die Verarbeitungszeiten der beiden Verfahren dargestellt. Der untere Graph (b) zeigt das jeweilige Verhältnis dieser Zeiten.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass der Einsatz des frequenzbasierten Verfahrens eine verbesserte zeitliche Performance unter nahezu unveränderter Detektionsperformance ermöglicht. Das OS-CFAR-Verfahren ist ein nichtlineares Verfahren. Es wurde entwickelt, um im Vergleich zu CA-CFAR (engl.: *Cell Averaging*) [2] und CAGO-CFAR (engl.: *Cell Averaging Greatest Of*) [3][4] bei gleich bleibender *clutter*-Filterung eine verbesserte Zieltrennung in Mehrzielszenarien zu erreichen. Ob das neue frequenzbasierte Verfahren diese Eigenschaft beibehält, muss in weiteren Studien untersucht werden.

Literatur

[1] H. Rohling: *Radar CFAR thresholding in clutter and multiple target situations*, IEEE, AES-19, pp. 608-621, July 1983

[2] H. M. Finn, R. S. Johnson: *Adaptive detection mode with threshold control as function of spatially sampled clutter-level estimates*, RCA Rev., vol. 30, pp. 414-465, September 1968

[3] V. G. Hansen, J. H. Sawyers: *Detectability loss due to „greatest of“ selection In a cell-averaging CFAR*, IEEE, AES-16, pp. 115-118, January 1980

[4] J. D. Moore, N. B. Lawrence: *Comparison of two CFAR methods used with square law detection of Swerling 1 targets*, IEEE, 1980