Analytische und experimentelle Modellierung eines über flexible Wände gekoppelten Helmholtz-Resonators

Fleming Kohlenberg[1], Julia Genßler[1], Friedrich Bake[2], Karsten Knobloch[2], Lars Enghardt[1,2]
[1] *TU Berlin, FG Turbomaschinen- und Thermoakustik, 10623 Berlin, Email: kohlenberg@tu-berlin.de*
[2] *Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Triebwerksakustik, 10623 Berlin*

Einleitung

Um die Umweltwirkungen von Luftfahrtantrieben zu verringern ist neben einer Verminderung der Emissionen fossiler Brennstoffe auch eine Reduzierung der akustischen Abstrahlung in Form von Fluglärm notwendig. Eine Erhöhung des Nebenstromverhältnisses ist prinzipiell geeignet, beide Aspekte zu verbessern. Bei gleichem Schub verringert sich die Rotordrehzahl und es ergeben sich tiefere tonale und breitbandige Anregungsfrequenzen. Durch den limitierten Bauraum ist es nicht möglich die entstehenden größeren Wellenlängen durch konventionelle Liner auszugleichen. Letztere sind entweder Helmholtzresonatoren, deren Resonanzfrequenz invers proportional zum Kavitätsvolumen ist, oder $\lambda/4$-Resonatoren, deren Resonanz ebenfalls mit der Länge ansteigt.
Ein neues Linerkonzept besteht aus der Kopplung mehrerer Helmholtzresonatoren über flexible Kunststofffolien. Hierbei ergeben sich neue Designmöglichkeiten durch die zusätzlichen Resonanzen sowie die materialinhärente Dämpfung der Folien.
In diesem Beitrag wird ein Modellierungsvorschlag zu diesem Linerkonzept gezeigt und mit Messergebnissen aus einem Modellaufbau am Strömungsakustikprüfstand DUCT-R des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt verglichen. Eine anschließende Parameterstudie zeigt die Einflüsse der Platteneigenschaften auf die frequenzabhängige Dämpfung.

Experimentelle Untersuchungen

In Abb. 1 ist ein beispielhafter Aufbau eines Helmholtz-Resonators in Explosionsdarstellung gezeigt, bei der die Hauptkavität des Helmholtz-Resonators über eine runde flexible Platte mit einer zweiten Kavität verbunden ist.

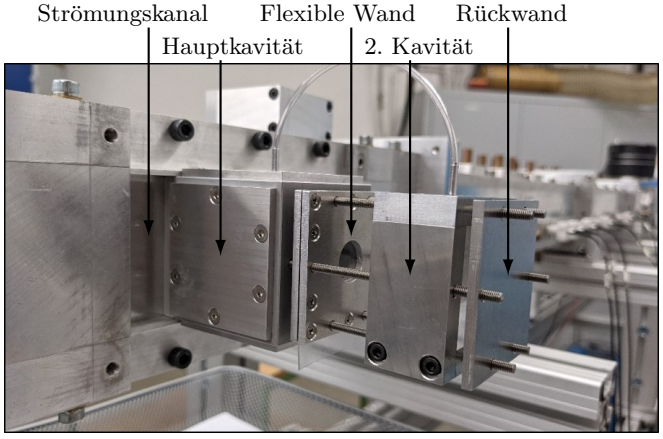

Abbildung 1: Aufbau zur akustischen Untersuchung von Helmholtz-Resonatoren mit flexiblen Wänden am DUCT-R

In Abb. 2 ist der schematische Aufbau des Strömungsakustikprüfstandes DUCT-R dargestellt.

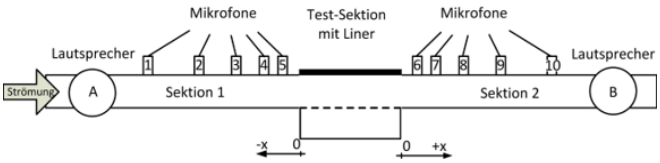

Abbildung 2: Messaufbau DUCT

Durch eine abwechselnde Anregung über die beiden Lautsprecher A und B kann mithilfe der wandseitigen Mikrophone das Schallfeld vor und hinter der Testsektion in hin- und rücklaufende Schallwellen zerlegt werden. Aus diesen Informationen lassen sich die Streukoeffizienten (Reflexion R, Transmission T, Dissipation Δ) und somit die akustischen Eigenschaften des Liners bei linearer (110 dB) oder nicht-linearer (130 dB) Tonanregung mit und ohne Hintergrundströmung bestimmen. Unter Einschränkungen lässt sich des Weiteren aus diesen Streukoeffizienten die komplexe Impedanz des Liners eduzieren [1].

Im konkreten Aufbau zur Untersuchung der Interaktionen zwischen Helmholtz-Resonator und flexibler Wand können zusätzlich die Einflüsse

- der Plattenform (rund, quadratisch, rechteckig),
- der Position und Größe der zweiten Kavität,
- des Plattenmaterials und der Plattendicke

untersucht werden. Im Gegensatz zu früheren Untersuchungen wie zum Beispiel in [2], wo die grundsätzliche Wirksamkeit von Helmholtz-Resonatoren mit flexiblen Wänden gezeigt werden konnte, wurde somit ein deutlich versatilerer Aufbau konstruiert. Weitere Informationen zu den experimentellen Untersuchungen sind in [3] zu finden.

Analytische Untersuchungen

Um das akustische Verhalten eines Helmholtz-Resonatos mit flexiblen Wänden vorherzusagen, wird dessen komplexe Wandimpedanz analytisch bestimmt. Mithilfe dieser Wandimpedanz kann das Schallfeld im Kanal rekonstruiert werden und über die numerische Lösung der 2D-konvektiven Helmholtz-Gleichung

$$\frac{\partial p'}{\partial x^2} + \frac{\partial p'}{\partial y^2} - \left(\mathrm{i}k_0 + Ma \frac{\partial}{\partial x} \right) p' = 0 \qquad (1)$$

mit p' der akustischen Druckschwankung, $k_0 = \omega/c$ der akustischen Freifeldwellenzahl und Ma der über den Kanal gemittelten Machzahl die Streukoeffizienten bestimmt

werden [4]. Letztere lassen sich anschließend gut mit den experimentellen Ergebnissen vergleichen.

Die Gesamtimpedanz $Z = X + \mathrm{i}Y$, bzw. $\zeta = {}^{Z}/_{\rho c}$ bestehend aus der Resistanz X und Reaktanz Y, des Helmholtz-Resonators kann als Zusammenschaltung von Einzelimpedanzen modelliert werden. Abb. 3 zeigt den schematischen Aufbau des experimentell untersuchten Helmholtz-Resonators mit flexibler Wand. Analog zu [5] wird von

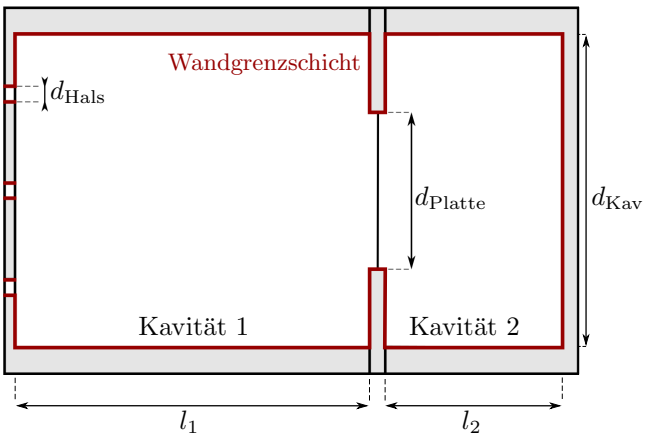

Abbildung 3: Skizze Helmholtz-Resonator mit flexibler Wand

einer starren Rückwand unter Einbeziehung der thermalen Wandgrenzschicht ausgegangen. Diese resultiert aus der Wärmeleitfähigkeit der Wand und nivelliert die akustischen Temperaturschwankungen. Sie wird entlang l_2 der zweiten Kavität bis zur flexiblen Wand ortstransformiert. Letztere wird als äquivalenter 1-D-Massenschwinger modelliert, welcher nur in der ersten Eigenform schwingt [6]. Ausgangspunkt bildet die Differenzialgleichung einer homogenen, dünnen Platte

$$D\nabla^4\{x_{\mathrm{p}}(r,t)\} + \rho_{\mathrm{p}} h \frac{\partial^2 x_{\mathrm{p}}(r,t)}{\partial t^2} = (p_2 - p_2')e^{\mathrm{i}\omega t} \qquad (2)$$

mit ρ_{p} der Plattendichte, h der Plattendicke, x_p der Auslenkung der Platte, ω der Eigenkreisfrequenz der anregenden Welle mit den Amplituden p_2 vor und p_2' hinter der Platte sowie D der komplexen Biegesteife

$$D = (1 + \mathrm{i}\eta)EI = (1 + \mathrm{i}\eta)\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \qquad (3)$$

mit dem Verlustfaktor η, dem Elastizitätsmodul E, dem Flächenträgheitsmoment I und der Querkontraktionszahl ν. Zur Lösung eben jener wird ein modaler Ansatz einer runden eingeklemmten Platte ohne Winkelabhängigkeit

$$\hat{v}_p(r) = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{v}_{\mathrm{p},n}\psi_n(r) \qquad (4)$$

mit den Eigenfunktionen

$$\psi(r,n) = J_0\left(\frac{\lambda_{0,n}}{R}r\right) - \frac{J_0(\lambda_{0,n})}{I_0(\lambda_{0,n})} I_0\left(\frac{\lambda_{0,n}}{R}r\right) \qquad (5)$$

verwendet. Unter Vernachlässigung höherer Moden wird die DGL mit der Eigenfunktion multipliziert und über die Platte integriert. Es ergibt die Impedanz der ersten Schwingungsmode einer runden Platte:

$$\frac{p_2}{\bar{v}_{\mathrm{p}}} - \frac{p_2'}{\bar{v}_{\mathrm{p}}} = Z_2 - Z_{2'} = \frac{S}{B}\left(\frac{1}{\mathrm{i}\omega}K_1 + \mathrm{i}\omega M_1\right). \qquad (6)$$

Diese Impedanz wird nun entlang l_1 bis zum Lochblech transformiert und von der Kavitätsgrundfläche auf die Halsgrundfläche angepasst. Die verschiedenen Löcher wurden so ausgelegt, dass Interaktionen vernachlässigt werden können. Die zusätzlich mitschwingende Masse wurde analog zu [7] modelliert. Die thermische Wandgrenzschicht wird sowohl in der Kavität als auch im Lochblech miteinbezogen.
In Abb. 4 ist die spezifische Impedanz eines Helmholtz-Resonators ohne flexible Wand dargestellt. Hierbei wurde eine analoge Modellierung jedoch ohne flexible Platte verwendet. Es ist gut die einzelne Resonanz beim Nulldurchgang der Reaktanz zu erkennen. Im Vergleich dazu sind

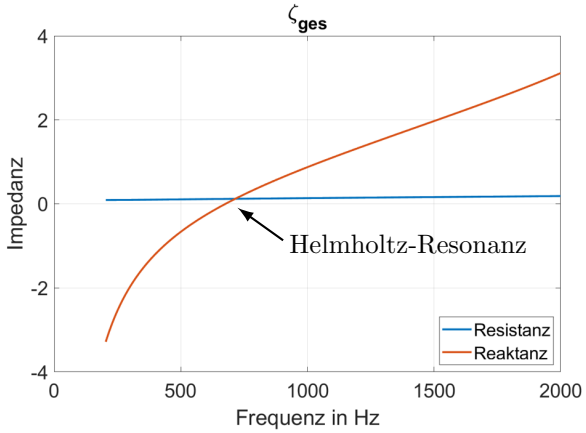

Abbildung 4: Berechnete spezifische Impedanz des Helmholtz-Resonators

in Abb. 5 sowohl die Plattenresonanz beim zusätzlichen Schnittpunktsowie die Anti-Resonanz zwischen beiden Resonanzen mit einer erhöhten Resistanz erkennbar.

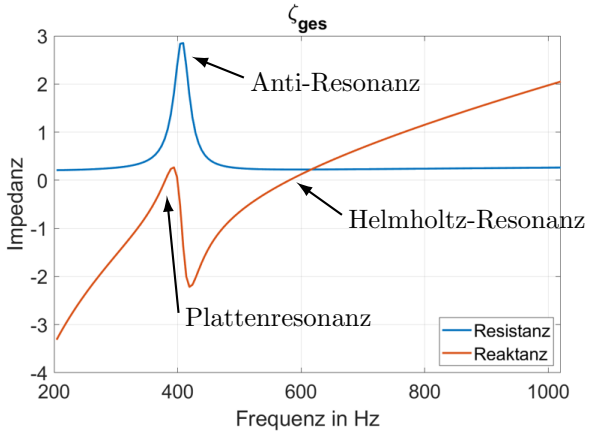

Abbildung 5: Berechnete Impedanz eines Helmholtz-Resonator mit flexibler Wand und zweiter Kavität

Vergleich und Parameterstudie

In Abb. 6 sind die experimentellen Ergebnisse (punktiert gestrichelt) und die simulierten Streukoeffizienten (durchgezogen) für einen »klassischen« Helmholtz-Resonator ohne flexible Wände dargestellt. Es ist eine große Übereinstimmung, insbesondere beim Frequenzverlauf, erkennbar. Jedoch wird die Reflexion (blau) unter- und die Transmission (rot) überschätzt. Diese Abweichungen sind teilweise durch die inhomogene Auskleidung in

Kanalquerrichtung und die damit entstehenden Beugungseffekte erklärbar. Die aus der Transmission und Reflexion energetisch abgeleitete Größe der Dissipation (gelb) weist hingegen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen vorhergesagten und gemessenen Werten auf.

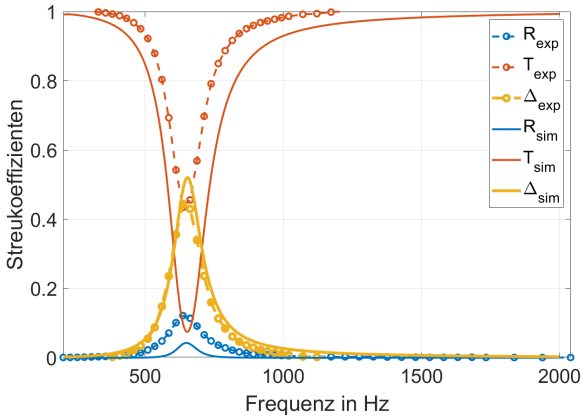

Abbildung 6: Vergleich der berechneten und gemessenen Streukoeffizienten eines einfachen Helmholtz-Resonators

Abb. 7 zeigt die gemessenen und berechneten Streukoeffizienten des in Abb. 1 dargestellten Helmholtz-Resonators, welcher über eine flexible Wand mit einer zweiten Kavität gekoppelt ist. Es sind nun zwei Dämpfungsmaxima erkennbar, welche mithilfe von Abb. 5 der Platten- und Helmholtzresonanz zugeordnet werden können. Obwohl nun die Frequenz des Dämpfungsmaximums der Helmholtz-Resonanz etwas unterschätzt wird, ist eine große Übereinstimmung erkennbar. Sowohl die Dämpfungsmaxima durch die Plattenresonanz als auch durch die Helmholtz-Resonanz werden in ihrer Stärke korrekt vorhergesagt und das Modell konnte erfolgreich validiert werden.

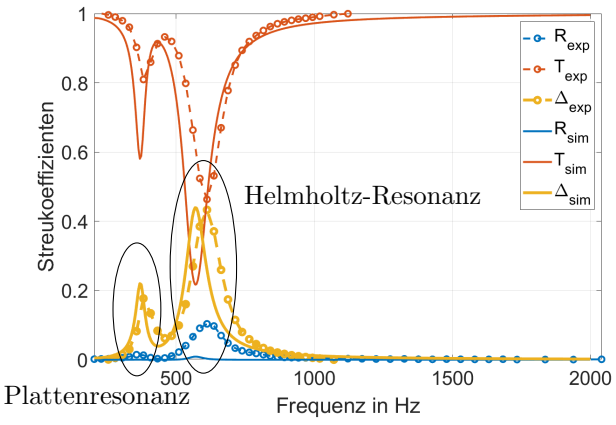

Abbildung 7: Vergleich der berechneten und gemessenen Streukoeffizienten für einen flexiblen Helmholtz-Resonator

Ausgehend von der Modellierung wird eine Parameterstudie durchgeführt um die Einflüsse der Plattenparameter auf die Dissipationskurve zu untersuchen und eine zielgerichtete Materialauswahl zu ermöglichen. Im ersten Schritt wurden hierbei die Kavitätsdimensionen gleich gelassen und nur die Plattenparameter variiert. Es ergab sich der in Tabelle 1 aufgezeigte Parameterraum.

Der Übersichtlichkeit halber sind im Folgenden nur die

Tabelle 1: Parameterraum Platte

E-Modul [GPa]	Dichte [kg/m3]	Plattendicke [mm]	Plattendurchmesser [d]	Verlustfaktor [-]
0.01	950	0.03	**4**	0.0015
0.1	**1050**	0.1	5	**0.015**
1	1150	**0.3**	6	0.15

Haupteinflüsse dargestellt. Dies bedeutet, dass alle Parameter bis auf einen konstant gehalten wurden. Der jeweilige Ausgangspunkt ist in Tabelle 1 fett markiert.

Grundsätzlich ist durch die Variation der Plattenparameter insbesondere eine Verschiebung der Plattenresonanz zu erwarten. Die erste Eigenfrequenz einer eingespannten runden Platte steigt mit höheren Plattendicken h und E-Moduln E und sinkt mit höheren Durchmessern d und Dichten ρ:

$$f_{\text{eig,Platte}} \sim \text{Re}\left\{\frac{h}{d^2}\cdot\sqrt{\frac{E(1+i\eta)}{\rho}}\right\}. \qquad (7)$$

Abb. 8 zeigt den Einfluss des Elastizitätsmoduls auf die frequenzabhängige Dämpfung. Es ist erkennbar, dass

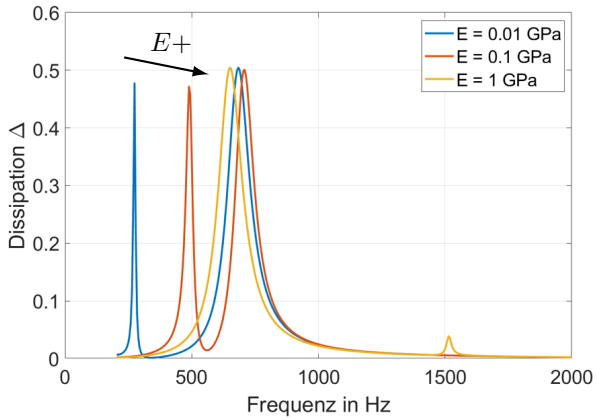

Abbildung 8: Dämpfung unter Variation der Steifigkeit

der Erwartung entsprechend, eine Erhöhung des Elastizitätsmoduls eine Verschiebung des Dämpfungsmaximums der Plattenresonanz zu höheren Frequenzen bedeutet. Zusätzlich ist zu beobachten, dass die Lage und Stärke der Plattenresonanz eine Verschiebung der Helmholtz-Resonanz verursacht. Das Gesamtresonanzverhalten ist somit mehr als die Summe der Einzelresonanzen, welche sich gegenseitig beeinflussen.
Ein ähnliches Bild ergibt sich in Abb. 9. Eine Erhöhung der Plattendicke bedeutet eine Verschiebung des zweiten Dämpfungsmaximums. Betrachtet man die Verschiebung des Helmholtz-Dämpfungsmaximums, so ist erkennbar, dass auch eine Verschiebung zu tieferen Frequenzen möglich ist, wenn die Plattenresonanz höherfrequent ist. Der Effekt ist umso stärker je näher die beiden Eigenfrequenzen beieinander liegen. Da das zweite Dämpfungsmaximum höher ausfällt je näher es an dem Hauptmaximum liegt, ist jedoch nicht eindeutig identifizierbar, ob dieses Phänomen an der größeren

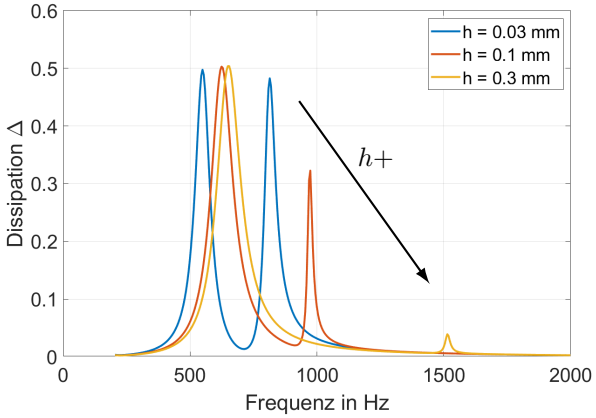

Abbildung 9: Dämpfung unter Variation der Plattendicke

Dämpfungsamplitude oder der niedrigeren Frequenzdifferenz liegt.
Der Einfluss der Plattendichte ist in Abb. 10 dargestellt. Neben dem aus der Analytik vorhergesagten antiproportionalem Verhalten der Eigenfrequenz zur Wurzel der Dichte ist erkennbar, dass bei einer ungünstigen Wahl der Parameter (hier: blau) keine Dämpfung der Platte im Messbereich und nur die Helmholtz-Resonanz ersichtlich ist.

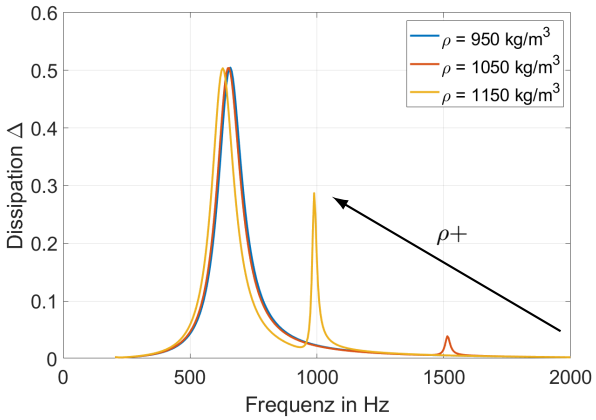

Abbildung 10: Dämpfung unter Variation der Plattendichte

Der Vollständigkeit halber ist in Abb. 11 noch die Veränderung der Dämpfung unter Variation des Plattendurchmessers dargestellt.

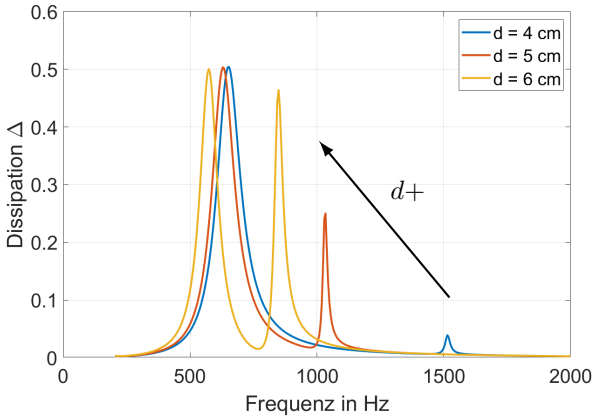

Abbildung 11: Dämpfung unter Variation des Plattendurchmessers

Fazit und Ausblick

In diesem Beitrag wurde die erfolgreiche analytische Modellierung von Helmholtz-Resonatoren mit und ohne flexible Wänden gezeigt. Es ergab sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Vorhersage und Experiment. Zusätzlich wurde eine Parameterstudie durchgeführt um die Einflüsse der Plattenparameter auf die frequenzabhängige Dämpfung zu untersuchen. Es zeigte sich, dass sich die tieffrequente Dämpfung durch eine geschickte Wahl der Plattenparameter erreichen lässt.

Zukünftig sollen die Resonatorgeometrien in die Parameterstudie mit einbezogen werden und das Modell auf höhere Plattenmoden und rechteckige Geometrien erweitert werden. Da im realen Flugbetrieb mit nicht-linearen Anregungen und Hintergrundströmung zu rechnen ist, gilt es das Modell auch für diese Randbedingungen anzupassen. In einem weiteren Schritt gilt es zudem mehrere Helmholtz-Resonatoren miteinander zu koppeln und deren Verhalten zu untersuchen. Neben der analytischen Fortführung sind hierzu FEM-Simulationen geplant.

Danksagung

Die Autoren bedanken sich bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die finanzielle Förderung des DFG-Projektes »Akustische Wirkmechanismen eines Helmholtz-Resonator-Liners mit flexiblen Strukturelementen« (EN 797/10-1), in dessen Rahmen diese Arbeit entstanden ist!

Literatur

[1] Busse-Gerstengabe et. al.: Comparative study of impedance eduction methods, Part 1: DLR tests and methodology. (19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference 2013) AIAA-2013-2124

[2] Knobloch et. al.: Helmholtz Resonator Liner with Flexible Walls. (24th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference 2018), AIAA-2018-4102

[3] Genßler et al.: Ein modularisierter Versuchsträger für exp. Untersuchungen an gekoppelten Helmholtz-Resonatoren mit flexiblen Wänden, DAGA 2021

[4] Weng et al.: Comparison of Non-Modal-Based and Modal-Based Impedance Eduction Techniques. (24th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference 2018), AIAA 2018-3773

[5] Schulz A.: Die akustischen Randbedingungen perforierter Wandauskleidungen in Strömungskanälen: physikalische Modelle und Eduktion. Dissertation (2019), TU Berlin

[6] Sanada et al.: Extension of the frequency range of resonant sound absorbers using two-degree-of-freedom Helmholtz-based resonators with a flexible panel. Applied Acoustics 74(4)(2013), 509–516

[7] Ingard U.: On the theory and design of acoustic resonators. Journal of the Acoustical Society of America 25(6)(1953), 1037—1061.