

# Einfluss von Vernetzungsparametern auf die Modalanalyse geometrisch unterschiedlich komplexer Strukturen mittels der Finite-Elemente-Methode

Andreas Schneider<sup>1</sup>, Alexander Hoppe<sup>1\*</sup>, Patrick Langer<sup>2</sup>, Christian Guist<sup>2</sup>, Steffen Marburg<sup>1</sup>

<sup>1</sup> TU München, Lehrstuhl für Akustik mobiler Systeme, 85748 Garching b. München, Deutschland

<sup>2</sup> BMW Group, 80788 München, Deutschland

\* Email: alexander.hoppe@tum.de

## Einleitung

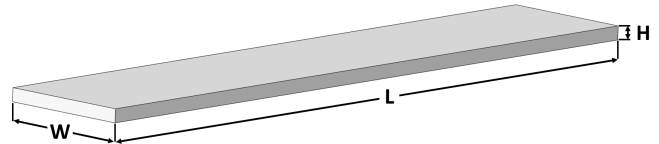
Diese Studie untersucht die Kompromisse, die bei der Vernetzung einer Geometrie zur späteren Bestimmung der Eigenfrequenzen mit der Finite-Elemente-Methode eingegangen werden müssen. Den größten Fokus legen die Autoren auf das Verhältnis zwischen Ergebnisgüte und Berechnungszeit. Die Arbeit ist folgend aufgebaut: Sie behandelt zunächst den Einfluss verzerrter Elemente in einer einfachen Geometrie, dann die Neuvernetzung einer einfachen Geometrie mit optimierter Elementkantenlänge, nachfolgend die Approximation konkaver und konvexer Geometrien sowie eine Parameterstudie einer komplexen Geometrie mit unsicheren Eingangsparametern und schließlich die Quantisierung der aus den Parameter- und Diskretisierungsunsicherheiten resultierenden Gesamtunsicherheiten im Modell, vgl. Langer et al. [3]. Am Ende stehen einige zusammenfassende Schlussfolgerungen.

## Vernetzung

Ein strukturiertes Netz ist definiert durch eine konstante Anzahl an Nachbarelementen für alle internen Knoten des Netzes. Für unstrukturierte Netze gilt diese Definition im Allgemeinen nicht. Während strukturierte Netze für einfache Geometrien eingesetzt werden, greift man auf unstrukturierte Netze zurück, um komplexe Topologien zu vernetzen. An den Industriestandard angelehnt, werden in dieser Veröffentlichung ausschließlich dreidimensionale, unstrukturierte Netze aus quadratischen Tetraeder-Elementen verwendet. Für die in der Parameterstudie verwendete komplexe Motorgehäusegeometrie ist es selbst mit kommerzieller Software des aktuellen Stands der Technik nur mit einer exzessiven Elementanzahl möglich, ein strukturiertes Netz zu erzeugen. Für die folgenden Untersuchungen an einfachen Geometrien werden 'Advancing Front' Algorithmen für das Erstellen von unstrukturierten Tetraeder-Netzen verwendet. Diese erzeugen zuerst Elemente auf dem Rand beziehungsweise der Oberfläche der Geometrie und arbeiten sich dann zum Inneren vor, vgl. Löhner und Parikh [4].

## Einfluss verzerrter Elemente in Abhängigkeit des Dehnungszustands

Es soll die Annahme untersucht werden, dass verzerrte Elemente einen großen Einfluss auf das Eigenwertproblem haben, wenn sie in einem Bereich relativ hoher Dehnung liegen.

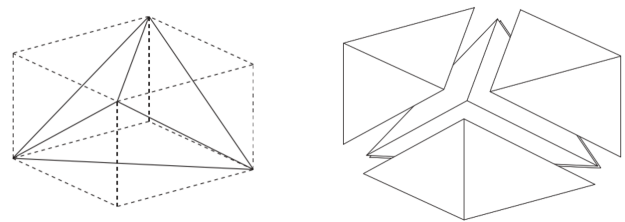


**Abbildung 1:** Balken mit den Abmessungen  $L = 200\text{mm}$ ,  $B = 40\text{mm}$  und  $H = 4\text{mm}$ .

**Tabelle 1:** Materialdaten des Balkens.

Eigenschaft	Wert
$E$ -Modul [MPa]	210000
Dichte $\rho$ [ $\text{kg}/\text{mm}^3$ ]	7.85 E-06
Querkontraktionszahl $\nu$ [-]	0.3

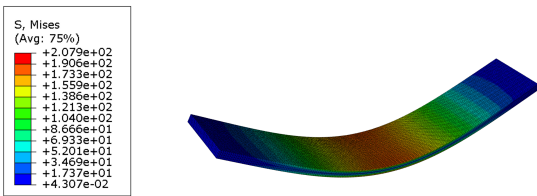
Um Vergleichbarkeit herzustellen, wird das Referenzmodell mit einem strukturierten Netz aus Hexaeder-Elementen vernetzt. Jedes Hexaeder-Element wird dann in fünf Tetraeder-Elemente aufgeteilt, vgl. Abbildung 2. Hierbei entstehen vier Tetraeder mit rechtem Winkel und ein regulärer Tetraeder im Zentrum des ursprünglichen Hexaeders. Apel und Düvelmeyer [1] beschreiben dieses Verfahren detaillierter. Die Elemente



**Abbildung 2:** Veranschaulichung der Aufteilung eines Hexaeder-Elementes in fünf Tetraeder-Elemente, vgl. Apel und Düvelmeyer [1].

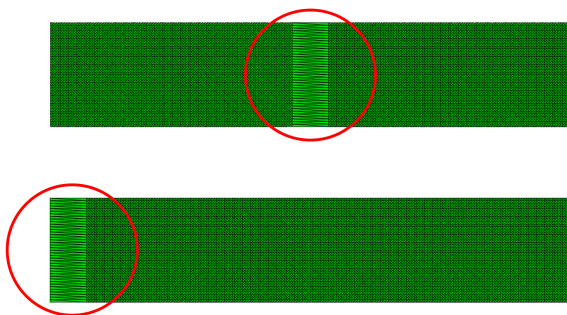
werden aus linearen zu quadratischen Tetraedern indem jeweils ein Mittelknoten zwischen die Endknoten einer Kante gesetzt wird.

Für die erste Eigenschwingungsform des Referenzmodells liegen im Schwingungsbauch die maximale Spannung und Dehnung vor, während an den Enden die freie Randbedingung gilt, vgl. Abbildung 3. Die Verzerrung wird nun durch die sukzessive Kombination von



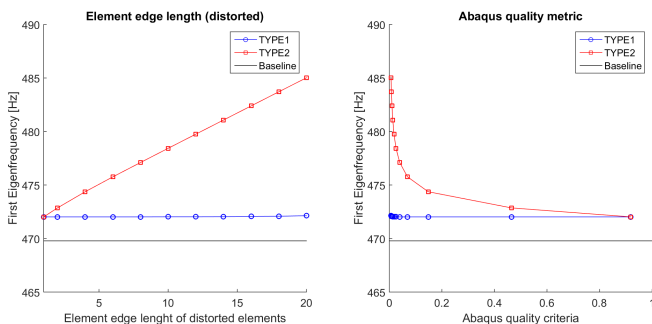
**Abbildung 3:** Eigenschwingungsform des Balkens mit eingezeichneter Mises-Vergleichsspannung aus dem Referenzmodell mit strukturiertem Netz. Im Schwingungsbauch liegt hier die größte Spannung vor.

Nachbarelementen in z-Richtung erzielt, einmal im Bereich geringer Dehnung und einmal im Bereich hoher Dehnung, vgl. Abbildung 4. Die Kantenlängen der verzerrten Elemente werden von 2 mm bis 20 mm variiert. Abbildung 5 zeigt, dass die Abweichung



**Abbildung 4:** In den rot markierten Bereichen mit hoher (TYPE 2) beziehungsweise niedriger Dehnung (TYPE 1), werden die verzerrten Elemente eingesetzt.

zum unverzerrten Referenzmodell höher ist, wenn die verzerrten Elemente im Bereich hoher Dehnung statt in Bereichen niedriger Dehnung angebracht sind. Der rot markierte Datensatz weicht für die erste Eigenfrequenz um 15.24 Hz ab, während der blaue Datensatz eine Abweichung von lediglich 2.35 Hz aufweist.

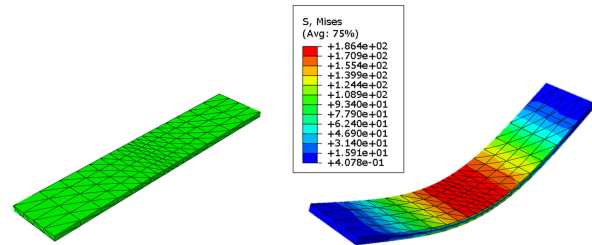


**Abbildung 5:** Links: Erste Eigenfrequenz [Hz] über der Elementkantenlänge der verzerrten Elemente; rechts: Erste Eigenfrequenz [Hz] über den Abaqus-Qualitätskriterien; TYPE 2 Datenpunkte in rot beschreiben hier verzerrte Elemente in Bereichen großer Dehnung und TYPE 1 Datenpunkte in blau beschreiben die Positionierung der verzerrten Element im Bereich niedriger Dehnung.

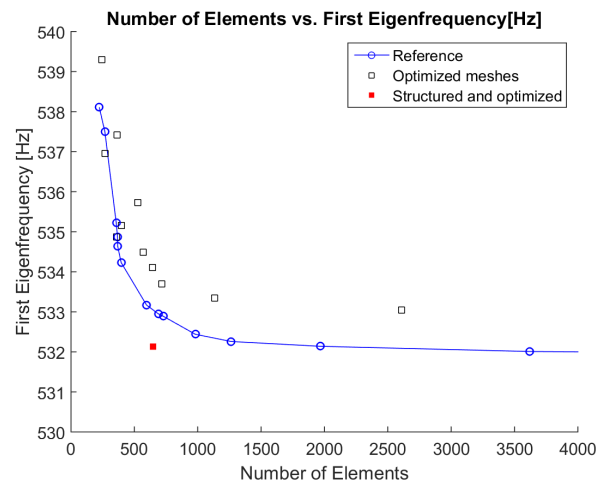
Diese Ergebnisse sind mit der Annahme, dass verzerrte Elemente in Bereichen hoher Dehnung einen größeren Einfluss auf die Abweichung haben als solche in Bereichen geringer Dehnung, im Einklang.

### Angepasstes Neuvernetzen

Dieses Modell ist mit einem strukturierten Netz vernetzt, dessen Elementkantenlängen im Mittelbereich am feinsten sind und nach außen hin vergrößern.



**Abbildung 6:** Mises-Vergleichsspannung des unverformten (links) sowie des verformten (rechts) Modells mit variabler Elementkantenlänge.

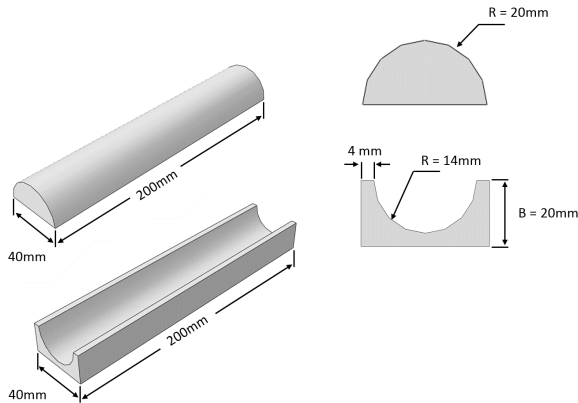


**Abbildung 7:** Erste Eigenfrequenz über Elementanzahl: Optimierte und strukturierte Neuvernetzung der Geometrie mit gradueller Verfeinerung zur Mitte hin im Vergleich zum Referenzmodell mit konstanten Elementkantenlängen.

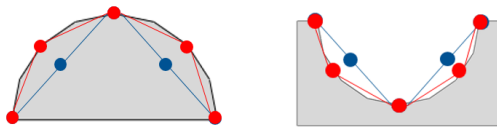
### Approximation konkaver sowie konvexer Geometrien

Abbildungen 8, 9 und 10 zeigen den Einfluss der geometrischen Platzierung der Mittelknoten quadratischer Tetraeder-Elemente auf die Netzqualität.

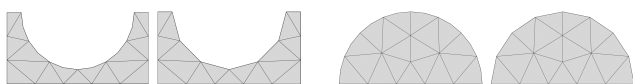
Die Ergebnisse für die erste Eigenfrequenz mittels beider Strategien zur Knotenplatzierung werden mit denen der Referenzmodelle verglichen, siehe Abbildung 11. Für Knotenplatzierungsstrategie TYPE 1, vgl. Abbildung 9, zeigt sich im konvexen Fall, dass der Steifigkeitsverlust den Masseverlust dominiert. Die Eigenfrequenz wird also für größer werdende Kantenlängen immer stärker unterschätzt. Für den konkaven Fall scheint analog hierzu



**Abbildung 8:** Oben: Konvexe Geometrie; unten: Konkave Geometrie mitsamt Abmessungen. Diese Geometrien werden herangezogen um den Einfluss der Platzierung der Mittelknoten quadratischer Tetraeder-Elemente zu untersuchen.



**Abbildung 9:** Diese Abbildung dient zur Veranschaulichung der zwei verschiedenen Strategien zur Platzierung der Mittelknoten der quadratischen Elemente. In blau gezeigt, TYPE 1, ist die Platzierung in Flucht zwischen den Endknoten, in rot gezeigt, TYPE 2, ist die Platzierung des Mittelknotens auf der analytischen geometrischen Oberfläche.

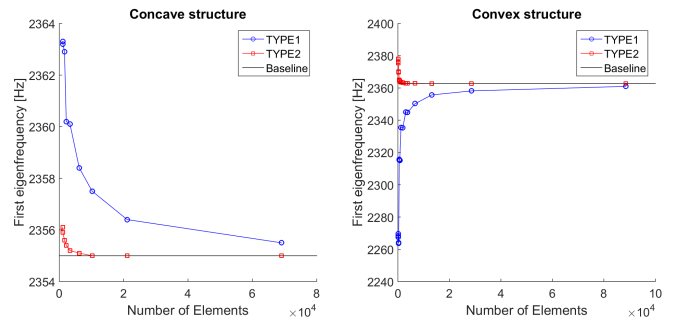


**Abbildung 10:** Querschnitte der vernetzten Modelle mit konkaver Geometrie (links) und konvexer Geometrie (rechts); jeweils links: Mittelknoten auf der analytischen Geometrie statt zwischen den Endknoten, in diesem Fall wird die 'wahre' Geometrie besser approximiert; jeweils rechts: Mittelknoten der quadratischen Tetraeder-Elemente in Flucht zwischen den beiden Endknoten.

der Steifigkeitsgewinn den Massegewinn zu überwiegen. Die Eigenfrequenz wird folglich für größer werdende Kantenlängen stärker überschätzt. Strategie TYPE 2, vgl. Abbildung 9, weist für die jeweilige Netzdicke eine wesentlich schnellere Konvergenz über der Netzfeinheit auf als TYPE 1.

Folgende Schlussfolgerungen zur Platzierung der Mittelknoten können getroffen werden:

1. Die Abweichung zur Referenzlösung mit



**Abbildung 11:** Links: Erste Eigenfrequenz über der Anzahl an Elementen für die konkave Geometrie; rechts: Konvexe Geometrie.

quadratischen Tetraeder-Elementen (C3D10) verbessert sich signifikant für Mittelknoten auf der Geometrieoberfläche.

2. Der Effekt der Steifigkeitsänderung durch 'schlechte' Approximation der Geometrie überwiegt alle anderen Effekte, vor allem den Einfluss der Änderung der Massenmatrix.

### Parameterstudie eines Kurbelgehäuses

Innerhalb einer Untersuchung eines Zylinderkurbelgehäuses werden die folgenden Eingabeparameter für das kommerzielle Pre-Processing Tool ANSA variiert:

- (I) Elementkantenlänge (4 – 10mm)
- (II) Maximale geometrische Abweichung der diskretisierten zur ursprünglichen Geometrie
- (III) Auflösung feiner Merkmale, die sonst nicht vernetzt werden könnten
- (IV) Auflösung von Füllstücken
- (V) Auflösung von Bohrungen
- (VI) Platzierung der Mittelknoten (Auf Oberfläche vs. zwischen den Endknoten)

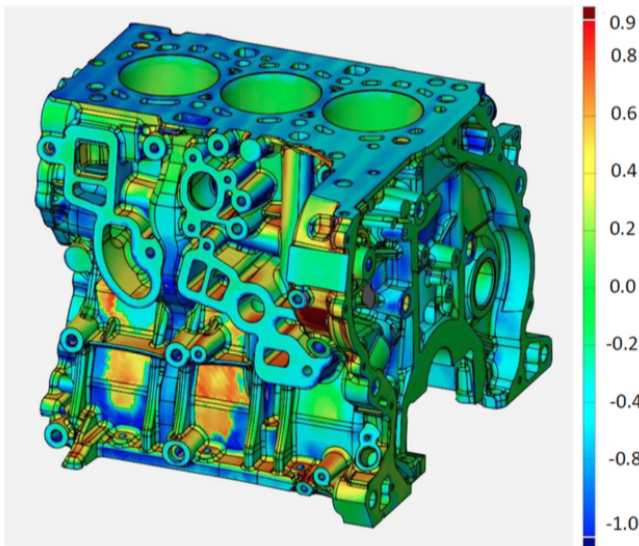
Im Rahmen der Parameterstudie werden nach dem erstmaligen Vernetzen mit ANSA Merkmalentfernungen, Geometrie-Reparaturen sowie -Vereinfachungen durchgeführt.

### Mit Unsicherheiten behaftete Parameter

**Tabelle 2:** Experimentell ermittelte Materialparameter des Kurbelgehäuses. Gemittelte Werte mit Unsicherheit, vgl. Langer et al. [2].

Eigenschaft	Messwert mit Unsicherheit
$E$ -Modul [MPa]	$72530 \pm 1.71 \%$
Querkontraktionszahl $\nu$ [-]	$0.323 \pm 0.009 \%$
Dichte $\rho$ [kg/mm <sup>3</sup> ]	$2.67388 \text{ E-}06 \pm 0.0271 \%$

Eine detaillierte Beschreibung der verbundenen Messmethoden und -ergebnisse findet sich in Langer et al. [2].



**Abbildung 12:** Fertigungsunsicherheiten - Abweichung der CAD-Geometrie relativ zu einer CT-Aufnahme des realen Kurbelgehäuses, vgl. Langer et al. [2].

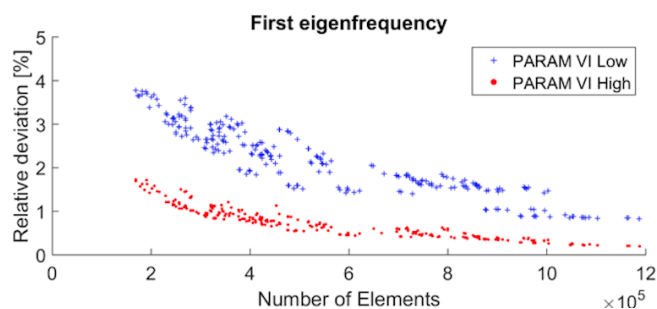
## Einfluss der Unsicherheiten auf die Simulationsergebnisse

Die Unsicherheit des  $E$ -Moduls führt zu einer Abweichung der simulierten ersten Eigenfrequenz von zirka 2% im Vergleich zur experimentell ermittelten.

Die Abweichung vom experimentellen Ergebnis beträgt bei Verwendung der Mittelwerte der Materialparameter sowie der Geometrie-Daten des CAD-Modells zirka 1.2% und zirka 1.4% bei Verwendung der Daten des CT-Scans.

Die Abweichung vom experimentellen Ergebnis durch die Variation der Diskretisierung der Geometrie beträgt maximal zirka 4% und zirka 2% im Mittel.

## Ergebnis der Parameterstudie



**Abbildung 13:** Parameterstudie Zylinderkurbelgehäuse: Relative Abweichung der ersten Eigenfrequenz zur experimentellen Modalanalyse über Elementanzahl. Rot: Platzierung der Mittelknoten auf der Geometrieoberfläche; blau: Platzierung der Mittelknoten zwischen Endknoten. Weitere Teilwolken lassen sich nicht ohne Weiteres hervorheben. Das legt die Vermutung nahe, dass die Platzierung der Mittelknoten der quadratischen Tetraeder-Elemente – neben der Elementkantenlänge – den größten Einfluss auf die Simulationsergebnisse hat.

## Zusammenfassende Schlussfolgerungen

1. Verzerrte Elemente beeinflussen den Fehler zur Referenzlösung besonders dann, wenn sie in einem Bereich großer Dehnung liegen.
2. FE-Modelle, die ein feineres Netz in Bereich großer Dehnung und ein gröberes Netz im Bereich niedriger Dehnung haben, weisen einen geringeren Fehler auf als FE-Modelle, die eine vergleichbare Anzahl an Elementen homogen verteilen.
3. Der Fehler zur Referenzlösung sinkt signifikant, wenn der Mittelknoten der quadratischen Tetraeder-Elemente statt zwischen die Endknoten auf die Geometrieoberfläche gelegt wird.
4. Die Parameterstudie suggeriert, dass von allen untersuchten Parametern lediglich die Elementkantenlänge sowie die Positionierung der Mittelknoten nicht vernachlässigbar sind – bei Verwendung eines Vorverarbeitungs-Tools, das dem Stand der Technik entspricht.
5. Der durch die Diskretisierung eingeführte Fehler ist vergleichbar zum Einfluss der aus Fertigung und Messung resultierenden Unsicherheiten bezüglich Geometrie und Materialeigenschaften, vgl. Langer et al. [2].

## Literatur

- [1] Apel, T. und Düvelmeyer, N.: Transformation of hexahedral finite element meshes into tetrahedral meshes according to quality criteria. In: Computing 71/4 (2003), 293-304
- [2] Langer, P. und Jelich, C. und Hoppe, A. und Schneider, A. und Guist, C. und Sepahvand, K. und Marburg, S.: Finite element model for modal analysis of engine-transmission unit: numerical and experimental investigations. In: Chen, L. (Hrsg.); Tang, S. K. (Hrsg.): Proceedings of the 46th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering Bd. CD Institute of Noise Control Engineering (2017), 3695–3706
- [3] Langer, P. und Maeder, M. und Guist, C. und Krause, M. und Marburg, S.: More than six elements per wavelength: The practical use of structural finite element models and their accuracy in comparison with experimental results. Journal of Computational Acoustics 25/4 (2017)
- [4] Löhner, R. und Parikh, P.: Generation of three-dimensional unstructured grids by the advancing-front method. In: International Journal for Numerical Methods in Fluids 8/10 (1988), 1135–1149
- [5] Schneider, A.: Development of New Methods for the Evaluation of 3D Finite Element Meshes via Experimental Modal Analysis, Technische Universität München, Garching b. München, 2017