

# Charakterisierung der Multimodalität von Designräumen der Positions- und Formoptimierung mehrerer Dämpfungsbeläge durch Evolutionäre Algorithmen

Gesche Fender<sup>1</sup>, Andrew Brodie<sup>1</sup>, Steffen Marburg<sup>2</sup>, Fabian Duddeck<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Professur für Computational Mechanics, Technische Universität München, 80333 München, Deutschland

<sup>2</sup> Lehrstuhl für Akustik mobiler Systeme, Technische Universität München, 80333 München, Deutschland,

## Einleitung

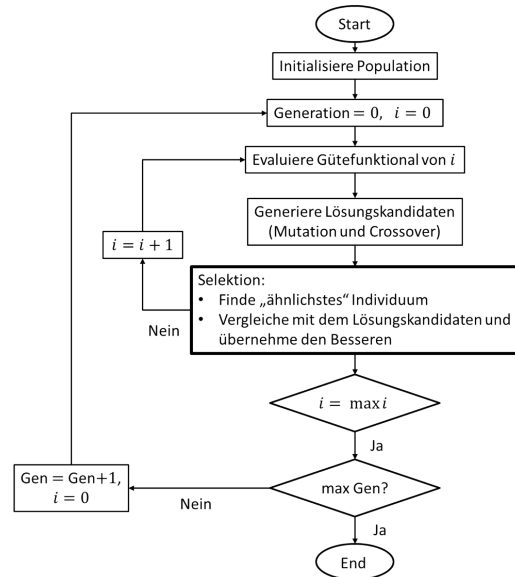
Eine Reduzierung des über die Struktur in einen Innenraum, beispielsweise eine Fahrerkabine, eingebrachten Lärms kann durch das Aufbringen von Dämpfungsbelägen erreicht werden. Dabei ist es nötig, Dämpfungsbeläge effizient einzusetzen, da die Beläge zusätzliche Masse in das System einbringen. Die Maximierung der Lärmreduktion bei begrenzter Dämpfungsbelagsmasse ist ein Optimierungsproblem. Im Gegensatz zur mathematischen Auffassung einer Optimierungsaufgabe, bei der ein exaktes, globales Optimum gesucht wird, ist das realistische Ziel einer Optimierung im Ingenieursbereich meist die Verbesserung schon bekannter Designs sowie die Entdeckung bisher unbekannter Designansätze. Durch multimodale Optimierungsmethoden ist es hierbei möglich, in einem einzigen Optimierungslauf mehrere Bassins, also voneinander unterschiedliche Bereiche mit guten Lösungen, zu identifizieren. In dieser Arbeit wird die Multimodalität der Positions- und Formoptimierung von Dämpfungsbelägen auf vibrierenden Platten untersucht. In den dadurch entstehenden Designräumen werden mit Hilfe des Crowding Differential Evolution-Algorithmus bei genügend ausgeprägter Multimodalität Cluster verbesserter Lösungen gebildet. Durch Analyse dieser Cluster können verschiedenartige gute Gebiete im Designraum identifiziert werden.

## Multimodalität in der Optimierung

Im Gegensatz zur klassischen, unimodalen Optimierung ist das Ziel der multimodalen Optimierung nicht die Konvergenz in ein einzelnes (globales) Minimum. Im Buch "Multimodal Optimization by Means of Evolutionary Algorithms" [1], das als Einführung in das Feld der multimodalen Optimierung zu empfehlen ist, werden mögliche Zwecke der multimodalen Optimierung folgendermaßen definiert:

1. Lokalisieren aller zum globalen Optimum gehörigen Argumente.
2. Extrahieren des vollständigen Sets der Optima und zugehöriger Argumente des Problems.
3. Finden des globalen Optimums, gemeinsam mit wenigstens einem seiner Argumente.

Für die hier behandelte Aufgabe entspricht die Zielsetzung Punkt 2, wobei uns in einer realen Problemstellung mit endlichen Ressourcen das Extrahieren mehrerer geeigneter, divers über den Designraum verteilter Optima und zugehöriger Argumente ausreicht.



**Abbildung 1:** Ablaufplan des Crowding Differential Evolution Algorithmus. Der Unterschied zum klassischen DE liegt nur im Selektions-Schritt, in dem der Lösungskandidat mit dem ähnlichsten Individuum anstatt mit dem  $i$ -ten Individuum der letzten Generation verglichen wird.

## Feststellen der Multimodalität

Natürlich macht eine multimodale Optimierung nur Sinn, wenn auch tatsächlich mehrere für den gesuchten Zweck geeignete Optima existieren, sich also das Gütefunktional der Optimierung multimodal verhält. Wichtig ist dabei, klar zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen der Optimierung und denen der entsprechenden Experimente oder Simulationen zu unterscheiden. So wird beispielsweise im Folgenden eine Struktur mit einer Kraft harmonisch über einen Frequenzbereich angeregt, wobei das Schwingungsverhalten durch die Eigenmoden der Struktur bestimmt wird, in dieser Hinsicht liegt also ein multimodales System vor. Dies bedeutet allerdings nicht, dass das Antwortfunktional der Optimierung multimodal ist, dessen Eingangsgrößen hier die Positionsparameter mehrerer Dämpfungsbeläge sind. Für die Optimierung muss also die Änderung der Antwort bezogen auf die Positionswechsel, nicht auf die Kraftanregung, betrachtet werden. Wie später am Beispiel gezeigt, bietet eine Visualisierung der Frequenzgänge für verschiedene Parametersets trotzdem die Möglichkeit einer ersten Einschätzung der Multimodalität.

Für die Bewertung der Multimodalität des Designraums müssen zunächst Daten erhoben werden. Dies geschieht

durch Samplingmethoden. Ein Verfahren zur Auswertung der multivariaten Daten ist die Visualisierung mit "Parallel Coordinates", bei der jeder Variablen eine eigene, senkrechte Achse zugewiesen wird. Für eine Erklärung der Theorie und Anwendung von "Parallel Coordinates" sei auf [2] verwiesen.

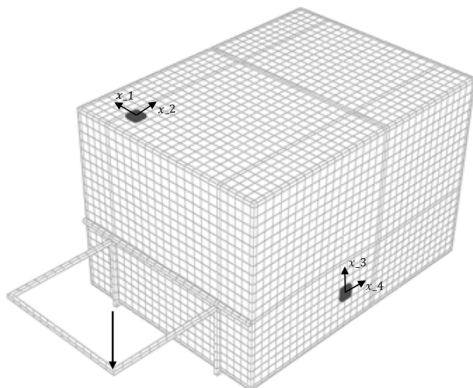
### Multimodale Optimierung mit Crowding Differential Evolution

Nach der Feststellung der Multimodalität wird zur Optimierung eine Variante des Differential Evolution Algorithmus [4], das Crowding Differential Evolution (Crowding DE) [3] verwendet. Der Ablauf des Crowding DE ist in Abb. 1 dargestellt. Zunächst wird eine initiale Population möglicher Lösungskandidaten erstellt, denen durch Evaluation des Gütefunktionals eine Fitness zugeordnet wird. In jeder Generation werden durch das Bilden einer gewichteten Linearkombination aus den bisherigen Individuen neue Lösungskandidaten abgeleitet:

$$y_i = a_i + F \times (b_i - c_i), \quad (1)$$

mit dem neuen Lösungskandidaten  $y_i$ , den drei voneinander verschiedenen Individuen der vorherigen Generation  $a_i$ ,  $b_i$  und  $c_i$  und der Differentiationskonstante  $F$ . Für jeden Eintrag in  $y_i$  findet diese Mutation allerdings nur mit einer gewählten Wahrscheinlichkeit CR (crossover ratio) statt, so dass auch Merkmale von  $a_i$  erhalten bleiben können.

Im Gegensatz zum klassischen DE wird der neue Lösungskandidat hier mit dem ihm ähnlichsten Individuum verglichen, und der bessere von beiden in die nächste Generation übernommen. Die Definition der Ähnlichkeit ist problemabhängig, im folgenden Beispiel ist ihr Maß der vierdimensionale euklidische Abstand der Positionsparameter.



**Abbildung 2:** Das zur Optimierung herangezogene ABAQUS-Modell nach [5]. Die Struktur wird durch die gezeigte Last harmonisch angeregt, Optimierungsparameter sind die Koordinaten  $(x_1, x_2)$  des Dämpfungselags auf der oberen Platte sowie Koordinaten  $(x_3, x_4)$  des Dämpfungselags auf der Seitenplatte.

### Das Optimierungsproblem

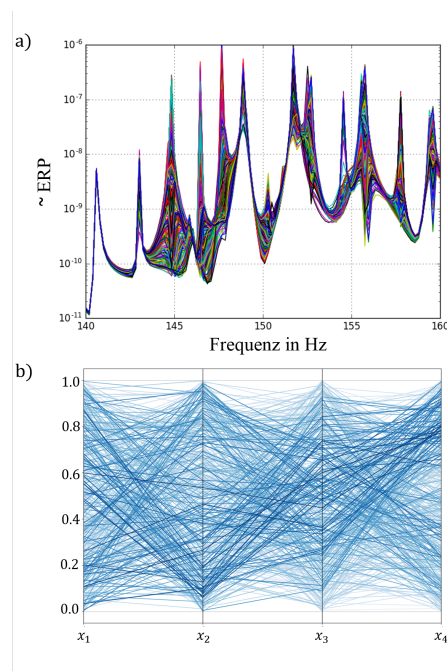
Zur Veranschaulichung der Optimierungsmethode wird das in [5] vorgestellte Modell herangezogen, siehe Abb. 2. Auf einer Seiten- und der Dachfläche werden jeweils ein Dämpfungselag aufgebracht, dessen Position veränderlich ist. Die zu optimierende Größe ist die equivalent radiated power (ERP) der Dach- und Seitenfläche:

$$\text{ERP}(\omega) = Z_0 \omega^2 \int_S |u_n(\omega)|^2 ds, \quad (2)$$

mit der akustischen Impedanz  $Z_0$ , Kreisfrequenz  $\omega$ , Normalverschiebung  $u_n$  der betrachteten Struktur und  $S$  der betrachtete Fläche. [6]

In Voruntersuchungen wurde geklärt, dass tatsächlich Interaktion zwischen den Optimierungsparametern besteht, also beispielsweise die Position des Seitendämpfungselags auch die Abstrahlung der Dachfläche beeinflusst. Außerdem ist, wie aufgrund der Anregungsrichtung zu erwarten, die Abstrahlung der Dachfläche der entscheidende Teil der Abstrahlungssumme, da sie mehrere Größenordnungen über der der Seitenfläche liegt.

Als skalarer Zielwert für die Optimierung wird der durchschnittliche ERP über das betrachtete Frequenzband herangezogen.



**Abbildung 3:** Ergebnisse der Stichprobe mit 400 Positionen und 100 Frequenzen im Bereich von 140 - 160 Hz. Die Amplitude der Frequenzgänge für alle 400 Positionen ist in a) zu sehen. Der Parallel Coordinate Plot in b) zeigt die normierten Koordinaten für dieselben Punkte, wobei die Farbe den über die Frequenzen gemittelten ERP kennzeichnet (dunklere Tönung bedeutet niedrigerer ERP).

### Bewertung der Multimodalität aufgrund einer Stichprobe

Das vierdimensionale Problem wird mit Hilfe einer Stichprobe von 400 Punkten charakterisiert, wobei die Punkte

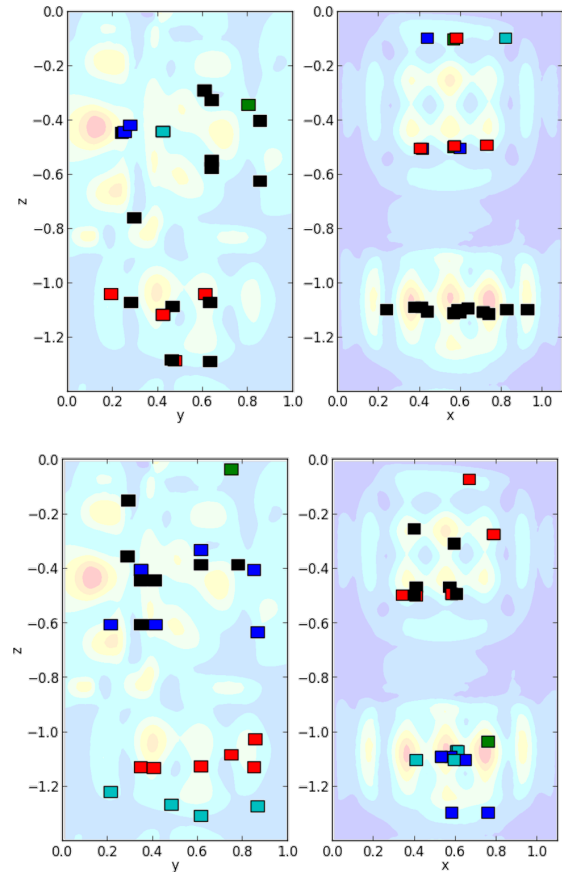
mit einem Optimized Latin Hypercube-Verfahren erstellt werden. [7]

In Abb. 3 a) sind zunächst alle 400 resultierenden ERP-Kurven über dem betrachteten Frequenzbereich aufgetragen. Beispielsweise in den Bereichen um 145 Hz und um 156 Hz kann man schon hier multimodales Verhalten erkennen, da sich die Kurven nicht nur in der Amplitude, sondern auch in der Form unterscheiden, also verschiedene Wirkungen vorliegen. Für andere Frequenzbereiche, beispielsweise um 142 Hz, kann aus dieser Darstellung noch keine abschließende Bewertung der Multimodalität abgeleitet werden. Es gibt zwar nur eine Kurvenform mit leichten Unterschieden in der Amplitude, so dass wahrscheinlich keine lokalen Minima mit unterschiedlichen Wirkungsweisen vorliegen. Allerdings können durchaus mehrere gleichwertige Optima zu dieser ERP-Antwort führen, im einfachsten Fall schon durch symmetrische Eingangskonfigurationen.

Auch die Bewertung der Multimodalität für den über den gesamten Frequenzbereich gemittelten ERP gestaltet sich anhand des Frequenzantwortplots schwierig. Aufschlußreicher ist die Darstellung in Abb. 3 b) als *parallel coordinates plot* [2]. Hier ist die Größe des über 140 - 160 Hz gemittelten ERP als Farbschattierung der Linien dargestellt, wobei dunklere Blautöne einem niedrigeren, also im Sinne der Optimierung besseren ERP entsprechen. Jeder Punkt der Stichprobe ist durch eine Linie dargestellt, die die vier normierten Koordinaten der Designparameter verbindet. Da es verschiedene Häufungen dunklerer Linien gibt, kann somit auch auf ein bezüglich der Optimierungsaufgabe multimodales Verhalten über den gesamten betrachteten Frequenzbereich geschlossen werden.

## Multimodale Positionsoptimierung

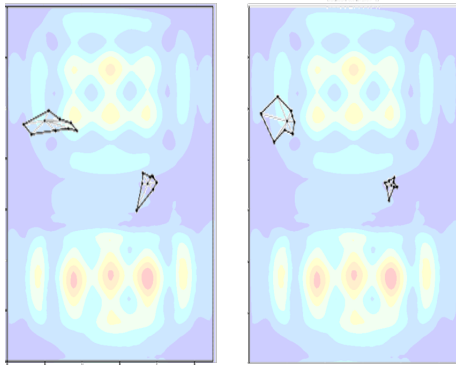
Unabhängig von der Stichprobenuntersuchung wird eine multimodale Optimierung mit dem Crowding Differential Evolution-Algorithmus durchgeführt. In Abb. 4 sind die Ergebnisse zweier Optimierungsläufe zu sehen. Ein Punkt im vierdimensionalen Designraum wird durch die  $(x,z)$ -Koordinate des einen und die  $(y,z)$ -Koordinate des anderen Dämpfungsbelags definiert, so dass ein Design, bzw. eine Lösung durch die Positionen dieser beiden Dämpfungsbeläge darstellbar ist. In diesen Optimierungsläufen wurde eine Populationsgröße von 20 gewählt, es existieren in der finalen Generation also 20 solcher Dämpfungsbelagspärchen. Diese 20 Pärchen sind in Abb. 4 für die beiden Optimierungsläufe mit ihren ursprünglichen, also im Gegensatz zur Darstellung im parallel coordinates plot nicht normierten, Koordinaten auf Seiten- und Dachfläche eingezeichnet. Aus Übersichtsgründen wurde dabei auf die Kennzeichnung der genauen Zuordnung der Pärchen verzichtet, um die Zugehörigkeit zu lokalen Optima besser darstellen zu können. Da sich während der Optimierung die Subpopulationen (Crowds) nur implizit bilden, ist ein weiterer Schritt zur Definition der Cluster notwendig. Diese werden mit Hilfe der DBSCAN-Methode [8] gebildet, und sind in Abb. 4 durch verschiedene Farben gekennzeichnet.



**Abbildung 4:** Ergebnisse zweier Positionsoptimierungsläufe (oben und unten) auf Seitenfläche (links) und Dachfläche (rechts) mit jeweils 25 Generationen und einer Populationsgröße von 20 Individuen, im Hintergrund die superpositionierte spezifische Verzerrungsenergie.

Nach Einstellung der Parameter des DBSCAN-Algorithmus ergeben sich vier bis fünf Cluster. Dies liegt hauptsächlich an der gewählten Populationsgröße, um eine größere Zahl an Optima zu identifizieren, müssten mehr Individuen per Generation gewählt werden. Allerdings ist das Ziel der Optimierung das Finden eines guten Subsets von Optima, das hiermit erreicht wird. Da die eigentliche Zielgröße  $ERP_{avg}(x_1, x_2, x_3, x_4)$  nicht einfach grafisch dargestellt werden kann, wird zur visuellen Validierung stattdessen die spezifische Verzerrungsenergie des Systems herangezogen, die ein guter Indikator für vorteilhafte Dämpfungsbelagspositionen bezüglich des ERP ist [9]. Im Hintergrund von Abb. 4 gezeigt ist die spezifische Verzerrungsenergie, aufsummiert über die Anregungsfrequenzen, für das System ohne Dämpfungsbeläge. Es werden also die Interaktionen zwischen den Dämpfungsbelägen und deren Einfluss auf das System vernachlässigt.

Offensichtlich ist hier eine Korrelation zwischen Stellen mit hoher spezifischer Verzerrungsenergie im System ohne Dämpfungsbeläge und vorteilhaften Positionen für diese Beläge gegeben. Besonders deutlich ist der Zusammenhang für die Dachfläche. Eine Erklärung für die gegenüber der gezeigten spezifischen Verzerrungsenergie



**Abbildung 5:** Ergebnisse zweier Optimierungsläufe zur Formoptimierung der Dämpfungsbeläge an festgelegten Positionen auf der Dachfläche. Zusätzlich zur Formänderung können die Dämpfungsbeläge rotieren und untereinander Fläche austauschen.

etwas verschobenen Areale guter Positionen ist der Einfluss des gleichzeitig vorhandenen Dämpfungsbelags auf der Seitenfläche, der auch die Lage der Maxima der Verzerrungsenergie auf der Dachfläche beeinflusst, so dass diese während der Optimierung etwas anders liegen. Da die insgesamt abgestrahlte Energie von der Dachfläche dominiert wird, ergibt sich auf der Seitenfläche ein weniger deutliches Bild. Hier sind die Interaktionseffekte auf die Abstrahlung der Dachfläche wichtiger als die direkte Dämpfung.

## Formoptimierung

Die Formoptimierung wird als zweiter hierarchischer Schritt nach der Positionsoptimierung durchgeführt, die dazu genutzte Methode wurde in [10] vorgestellt und basiert auf der Inner-Loop-Minimierung mehrerer die Form beschreibende Energietерme [11]. Erweitert wird die Formoptimierung durch die zusätzliche Rotation der Dämpfungsbeläge, und zum anderen durch eine Umformulierung der Flächenerhaltung. Diese bezieht sich nun nicht mehr auf einen einzelnen Dämpfungsbelag, sondern auf eine Gruppe von Dämpfungsbelägen, die dadurch Fläche untereinander austauschen können.

Zur genaueren Untersuchung des Effekts der gemeinsamen Flächenerhaltung wird hier ein vereinfachtes Gütefunktional genutzt, bei dem die Formen möglichst hohe Werte der vorher ermittelten spezifischen Verzerrungsenergie abdecken sollen. Interaktionen durch die sich durch die Beläge ändernde Verzerrungsenergie werden also vernachlässigt. Außerdem sind die Position der Dämpfungsbeläge nicht wie gewöhnlich auf die in der Positionsoptimierung ermittelten besten Positionen gesetzt. Stattdessen wird eine Position mit hohem Potenzial und eine ungünstige Position gewählt, um den Flächenaustausch zu forcieren.

Zwei unterschiedliche Optimierungsergebnisse sind in Abb. 5 zu sehen. In beiden Fällen wird nach der Initialisierung mit gleich großen Polygon-Flächen von der unteren zur oberen Form vorgegeben. Dem Optimierer ist eine Minimalgröße der Dämpfungsbeläge vorgegeben,

sehr kleine Dämpfungsbeläge können natürlich im Nachlauf der Optimierung ganz entfernt werden.

Für den günstiger gelegenen, größeren Dämpfungsbelag sind in Abb. 5 zwei verschiedenen, zu unterschiedlichen Minima korrespondierende Strategien zu sehen, zum einen wird die Form in das rechts davon gelegene Bassin gestreckt, zum anderen folgt die Form dem nach oben länglich weiterlaufenden Bassin, in dem ihr Mittelpunkt fixiert ist. Auch hier findet eine multimodale Optimierung also verschiedene Minima.

## Literatur

- [1] Preuss, M.: *Multimodal Optimization by Means of Evolutionary Algorithms*. Springer International Publishing Switzerland, 2015.
- [2] Heinrich, J. und Weiskopf, D.: *State of the Art of Parallel Coordinates*, Eurographics 2013 - State of the Art Reports, 2013.
- [3] Thomsen, R.: *Multimodal optimization using crowding-based differential evolution*. In *Congress on Evolutionary Computation, CEC2004.*, volume 2, pages 1382-1389, 2004.
- [4] Price, K.V.: *Differential evolution: a fast and simple numerical optimizer*. In *Fuzzy Information Processing Society, NAFIPS, 1996 Biennial Conference of the North American*, pages 524-527, 1996.
- [5] Marburg, S., Beer, H.-J., Gier, J., Hardtke, H.-J., Rennert, R., Perret, F.: *Experimental verification of structural-acoustic modelling and design optimization*. *Journal of Sound and Vibration* 252: 591-615, 2002.
- [6] Zeller, P. (Editor): *Handbuch Fahrzeugakustik*. Viewig+Teubner, Wiesbaden, 2009.
- [7] McKay, M., Beckman, R., Conover, W.: *A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code*. *Technometrics* 21:239-245, 1979.
- [8] Ester M., Kriegel H.-P., Sander J., und Xu X.: *A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise*. In *Proceedings of 2nd International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (Kdd-96)*, number 34, 1996.
- [9] Jaber, M., Schneeweiss, H., Bös, J., and Melz, T.: *Morphing optimization of constrained layer damping patches in vehicle structures*. *22nd International Congress on Sound and Vibration (ICSV22)*, Florence, Italy, July 2015.
- [10] Fender, G., Marburg, S., and Duddeck, F.: *On decoupled shape parameterization of damping layers using polygons*. In *Conf. on Noise and Vibration: Emerging Methods (NOVEM)*, Dubrovnic, Croatia, Apr 2015.
- [11] Weng, Y., Xu, W., Wu, Y., Zhou, K., and Guo, B.: *2d shape deformation using nonlinear least squares optimization*. *The Visual Computer*, 22:653-660, 2006.